ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время существует ряд монографий, учебников и учебных пособий, посвященных гидродинамике бурения. Особенность предлагаемого учебного пособия обусловлена несколькими обстоятельствами. Только в практике разведочного бурения используется проводка скважин с помощью двойных бурильных колонн при непрерывном отборе керна. Бурение таких скважин осуществляется обратной циркуляцией и характеризуется высокими механическими скоростями проходки (несколько сотен метров в час) при относительно малых поперечных габаритах бурильных труб, что приводит к необходимости решения гидродинамических задач по определению расхода и реологических свойств жидкости, обусловливающих вынос керна или выбуренной породы в зависимости от механической скорости проходки; промывочные жидкости представляют собой различного рода суспензии, составленные из воды и выбуренной породы или газожидкостной смеси с твердой фазой. При этом в качестве рабочего агента могут использоваться аэрированные глинистые растворы.

При рассмотрении указанного комплекса задач важную роль играет формализация условий, при которых давление на забое достигает минимума. Необходимость решения аналогичной задачи возникает и при бурении скважины со съемным керноприемником.

Практика нефте- и газодобычи показала высокую эффективность использования горизонтальных скважин. В связи с этим возникает необходимость изучения вопросов гидродинамики при движении гидросмесей различного рода в горизонтальной трубе.

Для решения гидродинамических задач по движению гидросмесей (газированных и двухкомпонентных, а также образованных на основе вязкой и вязкопластичной жидкостей) разработаны принципиальные концепции, справедливость которых подтверждается сравнением расчетных и экспериментальных данных.

Известно, что только в разведочном бурении используется проходка со съемным керноприемником. При этом возникает необходимость в определении скорости движения керноприемника как под воздействием собственного веса, так и с помощью закачиваемой жидкости.

Подъем керноприемника при определенных условиях может вызвать снижение забойного давления ниже допустимого значения, что приведет к возникновению аварийной ситуации (газо, нефте- и водопроявления, выбросы и др.). Из-за малого зазора между керноприемником и колонной труб возможны большие потери давления на этом относительно коротком участке, что обусловит нежелательный энергетический баланс.

Бурение разведочных скважин на твердые полезные ископаемые характеризуется как малым диаметром ствола, так и малым зазором между колонной труб и стенками скважины. Это обстоятельство приводит к тому, что практически все потери давления формируются в кольцевом пространстве. При выборе расхода промывочной жидкости необходимо учесть явление гидравлического подпора или взвешивания колонны бурильных труб восходящим потоком жидкости в кольцевом пространстве. Для решения этих вопросов возникла необходимость определения значений критического параметра Рейнольдса при течении вязкой и вязкопластичной жидкостей в кольцевом пространстве при малом зазоре.

Перечисленные и некоторые другие вопросы составляют основу предлагаемого учебного пособия.

Авторы выражают благодарность И.А. Каледе за помощь, оказанную при исследовании проблем, связанных с гидродинамикой гидросмесей.

1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГИДРОСМЕСЯХ ВОПРОСЫ ГИДРОДИНАМИКИ ВЯЗКОПЛАСТИЧНЫХ СУСПЕНЗИЙ

Из всех гидросмесей наиболее исследованы суспензии. Гидросмесям, составленным из жидкости с включениями твердой фазы относительно большого размера, а также содержащим помимо твердой и газообразную фазу, уделено недостаточное внимание. Существующие расчетные зависимости для определения потерь давления при движении гидросмесей содержат целый ряд коэффициентов, значения которых могут быть найдены из экспериментальных исследований. Это обстоятельство делает невозможным использование подобных формул для гидравлических расчетов соответствующих процессов на стадии проектирования.

В данном учебном пособии выведены формулы для определения потерь давления при движении гидросмесей по вертикальным и горизонтальным трубам. При этом исходили из условия, что твердая и жидкая фазы двигаются с одинаковыми скоростями, а вывод расчетной зависимости основывается на формулах Дарси — Вейсбаха, Блазиуса и Томаса, записанных для смеси жидкость — твердая фаза. Сопоставление результатов расчетов, полученных по выведенным формулам, с многочисленными экспериментальными исследованиями, проведенными на трубах трех диаметров (150, 200 и 300 мм) и длиной 15, 6 и 40 м, показало, что они незначительно отличаются друг от друга. Анализ предложенных расчетных зависимостей позволил вывести формулу для определения расхода жидкости, обеспечивающего минимум потерь давления при движении гидросмеси в вертикальной и горизонтальной трубах.

Основываясь на исследованиях А.А. Арманда, удалось получить расчетную зависимость для определения потерь давления при движении газожидкостной смеси в вертикальной трубе. Для того, чтобы использовать полученные соотношения в случае движения смеси газ — жидкость — твердая фаза, расход, вязкость и удельный вес жидкости, формирующие потери однородной жидкости, заменяются соответствующими значениями для смеси жидкость — твердая фаза. Цикл этих задач решается для вязкой и вязкопластичной жидкостей при изотермическом расширении газа, а также с учетом растворимости газа в жидкости. Выведенные количественные соотношения для расчета гидросмеси были использованы с целью определения давления нагнетания при бурении скважины двойной бурильной колонной в случае, когда промывка скважины осуществляется водой и глинистым раствором, а восходящий поток в центральной колонне труб представляет собой полидисперсную гидросмесь.

Особое место занимают задачи, связанные с движением "кусковой" гидросмеси. В общем случае вывод расчетных теоретических зависимостей для такой гидросмеси вряд ли возможен из-за неопределенности формы твердой фазы. Задача облегчается, когда твердая фаза, образующая "кусковую" гидросмесь, имеет правильную геометрическую форму. Именно этот случай и рассматривается далее, т.е. решается задача по определению расхода жидкости и скорости подъема породы цилиндрической формы в трубе в зависимости от механической скорости проходки при бурении скважины двойной бурильной колонной. Очевидно, что расход промывочной жидкости должен обеспечить полное удаление всей выбуренной породы с забоя скважины.

Важность этого обстоятельства становится очевидной, если учесть, что механическая скорость проходки достигает 800 м/ч. Значительный расход твердой фазы во внутренней полости центральной колонны обусловливает высокое давление нагнетания. Поэтому вопрос использования аэрированных жидкостей при проводке скважины двойной бурильной колонной является актуальным.

Задачи, связанные с движением породы цилиндрической формы (керна), решаются при ламинарном, турбулентном и структурном режимах течения промывочной жидкости в кольцевом пространстве, т.е. в пространстве между керном и внутренней полостью центральной колонны.

При ламинарном режиме задача решается по системе дифференциальных уравнений Навье — Стокса и уравнению неразрывности с соблюдением соответствующих граничных условий.

При турбулентном режиме течения жидкости в кольцевом пространстве задача решается с помощью степенного закона распределения скоростей и метода "сшивания".

Так как проведение расчетов при турбулентном режиме течения в кольцевом пространстве связано с определенными сложностями, были выполнены соответствующие аппроксимации и предложены приближенные формулы, позволяющие с высокой точностью проводить необходимые вычисления.

При структурном режиме течения жидкости в кольцевом пространстве задача решается согласно модели Шведова — Бингама делением потока, движущегося в кольцевом пространстве, на ядро и области с положительным и отрицательным градиентами скорости.

В результате была получена система уравнений, использование которой для определения скорости движения керна и расхода жидкости связано с большим объемом вычислительных операций, обусловленных необходимостью нахождения радиусов ядра.

Это обстоятельство побудило вывести упрощенные расчетные соотношения, позволяющие определять необходимые величины с незначительной погрешностью по сравнению с точной системой уравнений.

Смесь жидкости с транспортируемым материалом принято называть *гидросмесью.*

В зависимости от размеров транспортируемых материалов гидросмеси делятся на:

1) суспензии с диаметром частиц до 0,074 мм;

2) тонкодисперсные, диаметр частиц которых колеблется в пределах 0,074—0,150 мм;

3) грубодисперсные, с диаметром частиц 0,150 —3 мм;

4) неоднородно дисперсные, с размером частиц более 3 мм;

5) полидисперсные, с частицами более 0 мм.

Из перечисленных пяти видов гидросмесей суспензии по своим свойствам, степени изученности и гидродинамическим особенностям резко отличаются от остальных. Отличие заключается в способности образовывать структуру при спокойном состоянии жидкости.

Величина касательного напряжения, при котором жидкость выводится из состояния равновесия, называется *статическим напряжением сдвига* θ.

К суспензиям и коллоидным растворам можно отнести глинистые и цементные растворы, торф и торфомассы, парафинистые нефти, нефти при низких температурах и др.

Одной из особенностей глинистых растворов (суспензий) является *тиксотропия,* т.е. способность принимать разжиженное состояние после перемешивания. Тиксотропное состояние покоя и разжижения при разрушении структуры имеет обратимый характер.

Величина статического напряжения сдвига может значительно изменяться в зависимости от времени пребывания раствора в покое. Для приближенного определения характера тиксотропных изменений принято определять статическое напряжение сдвига через 1 мин (θ_1) и через 10 мин (θ_{10}).

Известно, что касательное напряжение τ вязких жидкостей определяется по закону Ньютона, согласно которому величина τ прямо пропорционально зависит от градиента скорости du/dr, т.е.

$$\tau = \mu \frac{du}{dr}, \qquad (1.1)$$

где μ — коэффициент динамической вязкости; u — скорость жидкости в рассматриваемой точке; r — расстояние от оси до данной точки.

Из выражения (1.1) следует, что если градиент скорости равен нулю (состоянию покоя жидкости), то касательное напряжение также равно нулю, т.е. зависимость $\tau = f(du/dr)$ выражается прямой, проходящей через начало координат с угловым коэффициентом μ. Таким образом, ньютоновская жидкость выводится из состояния равновесия при любом du/dr.

Наличие статического напряжения сдвига делает невозможным использование закона (1.1). Для практических расчетов вязкопластичных жидкостей рекомендуется пользоваться законом Шведова — Бингама:

$$\tau = \eta \frac{du}{dr} + \tau_0, \qquad (1.2)$$

где η — структурная вязкость, являющаяся аналогом μ; τ_0 — динамическое напряжение сдвига.

После вывода жидкости из равновесия статическое напряжение сдвига θ трансформируется в динамическое напряжение τ_0; очевидно, что $\tau_0 \neq \theta$. Таким образом, зависимость $\tau = f(du/dr)$ для вязкопластичных жидкостей можно представить в виде прямой, отсекающей при $du/dr = 0$ на оси τ некоторый отрезок, равный величине статического напряжения сдвига.

Наличие статического и динамического напряжения сдвига проявляется в том, что при движении жидкости часть потока, называемая ядром, перемещается как твердое тело; оставшаяся часть жидкости, заключенная между стенками канала и границами ядра, называется *градиентным слоем.* Очевидно, что в области ядра потока скорости частиц не отличаются между собой, т.е. градиент скорости равен нулю.

Режим течения, при котором движение характеризуется наличием ядра, называется *структурным.*

1.1. **УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ СУСПЕНЗИИ В ТРУБЕ КРУГЛОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ**

Рассмотрим известную задачу о течении вязкой и вязкопластичной жидкости в трубе радиусом R и длиной l при ламинарном и структурном режимах.

Сначала рассмотрим течение вязкой жидкости при ламинарном режиме.

Двумя сечениями I—I и II—II, проведенными по концам трубы, выделим отсек, включающий в себя всю жидкость, движущуюся в трубе.

Внутри выделенного отсека мысленно проведем поверхность радиусом r ($r < R$) и составим уравнение равновесия сил, действующих на жидкость.

Если давление в сечениях I—I и II—II составляет p_1 и p_2 ($p_1 > p_2$), то соответствующие силы давления будут $\pi r^2 p_1$ и $\pi r^2 p_2$.

Сила трения по боковой поверхности цилиндра радиусом r составляет

$$T = -2\pi r l \tau. \tag{1.3}$$

Здесь знак "минус" свидетельствует об уменьшении влекущей силы. Градиент скорости в данном случае является отрицательным и поэтому согласно (1.1)

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr}. \tag{1.4}$$

Значит,

$$T = 2\pi r l \mu \frac{du}{dr}. \tag{1.5}$$

Согласно принципу Д'Аламбера, алгебраическая сумма сил, проектируемых на ось потока, должна равняться нулю; поэтому

$$\pi r^2 \Delta p + 2\pi r l \mu \frac{du}{dr} = 0,$$

где $\Delta p = p_1 - p_2$.

Следовательно,

$$du=\frac{r\Delta p}{2\mu l}dr$$

или

$$u=-\frac{\Delta p r^2}{4\mu l}+c_1. \tag{1.6}$$

При $r = R$ $u = 0$, и тогда произвольная постоянная c_1 находится как

$$c_1=\frac{\Delta p}{4\mu l}R^2. \tag{1.7}$$

Значит, согласно (1.6) и (1.7) скорость в любой точке поперечного сечения трубы можно определить так:

$$u=\frac{\Delta p}{4\mu l}(R^2-r^2). \tag{1.8}$$

Таким образом, получен параболический закон распределения скоростей.

Расход жидкости найдем по выражению

$$q=2\pi\int_0^R rudr. \tag{1.9}$$

Тогда по (1.8) и (1.9)

$$q=\frac{\pi\Delta p}{8\mu l}R^4. \tag{1.10}$$

Соотношение (1.10) известно под названием формулы Пуазейля.

Теперь рассмотрим течение вязкопластичной жидкости в трубе.

Следуя закону Шведова — Бингама (1.2), по аналогии с (1.5) можем записать:

$$T=-2\pi rl\left(-\eta\frac{du}{dr}+\tau_0\right). \tag{1.11}$$

Значит, в соответствии с принципом Д'Аламбера уравнение динамического равновесия сил примет вид

$$\pi r^2\Delta p-2\pi rl\left(-\eta\frac{du}{dr}+\tau_0\right)=0.$$

Отсюда

$$du = -\frac{\Delta p}{2\eta l} r dr + \frac{\tau_0}{\eta} dr.$$

Значит,

$$u = -\frac{\Delta p}{4\eta l} r^2 + \frac{\tau_0}{\eta} r + c. \tag{1.12}$$

При $r = R$ $u = 0$.

Тогда

$$c = \frac{\Delta p R^2}{4\eta l} - \frac{\tau_0}{\eta} R.$$

Следовательно, скорость в любой точке можно найти по формуле

$$u = \frac{\Delta p (R^2 - r^2)}{4\eta l} - \frac{\tau_0}{\eta}(R - r). \tag{1.13}$$

При $\tau_0 = 0$ выражения (1.8) и (1.13) совпадают между собой.

Очевидно, что на поверхности ядра радиусом ρ скорость жидкости в данной точке переходит в скорость ядра u_0, т.е. при $r = \rho$ $u = u_0$ и, значит,

$$u_0 = \frac{\Delta p}{4\eta l}(R^2 - \rho^2) - \frac{\tau_0}{\eta}(R - \rho). \tag{1.14}$$

Радиус ядра можно найти из уравнения динамического равновесия ядра

$$\pi\rho^2\Delta p = 2\pi\rho l\tau_0.$$

Отсюда

$$\rho = \frac{2l\tau_0}{\Delta p}. \tag{1.15}$$

Расход жидкости в области градиентного слоя и ядра потока

$$q_{гр} = \int_{\rho}^{R} r u dr; \tag{1.16}$$

$$q_0 = \pi\rho^2 u_0. \tag{1.17}$$

Очевидно, что расход жидкости через все поперечное сечение составляет

$$q = q_{гр} + q_0. \tag{1.18}$$

Тогда по выражениям (1.13) — (1.18) получим:

$$q = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta l}\left(1 - \frac{4}{3}\frac{\rho}{R} + \frac{1}{3}\frac{\rho^4}{R^4}\right). \tag{1.19}$$

Формула (1.19) впервые была получена Букингамом и при $\tau_0 = 0$, т.е. $\rho = 0$, переходит в известную формулу Пуазейля (1.10).

Из динамического равновесия жидкости, составленного для случая, когда ядро занимает практически всю площадь потока, имеем:

$$\Delta p_0 = \frac{2l\tau_0}{R}. \tag{1.20}$$

Тогда по выражениям (1.15) и (1.20) можно записать:

$$\frac{\Delta p_0}{\Delta p} = \frac{\rho}{R} \tag{1.21}$$

или

$$y = \frac{2l\tau_0}{R\Delta p}, \tag{1.22}$$

где $y = \frac{\Delta p_0}{\Delta p}$.

Значит, выражение (1.19) можно переписать так:

$$q = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta l}\left[1 - \frac{4}{3}\frac{\Delta p_0}{\Delta p} + \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta p_0}{\Delta p}\right)^4\right]. \tag{1.23}$$

Представим выражение (1.23) в следующем "безразмерном" виде:

$$q' = 1 - \frac{4}{3}\frac{\Delta p_0}{\Delta p} + \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta p_0}{\Delta p}\right)^4 \tag{1.24}$$

или

$$q' = 1 - \frac{4}{3}y + \frac{1}{3}y^4, \tag{1.25}$$

где $q' = \frac{8\eta l q}{\pi R^4 \Delta p}$.

Если

$$1 - \frac{4}{3}\frac{\Delta p_0}{\Delta p} >> \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta p_0}{\Delta p}\right)^4,$$

то формулу (1.24) можно записать так:

$$q' = 1 - \frac{4}{3}y. \tag{1.26}$$

Выражение (1.26) известно под названием упрощенной формулы Букингама.

В табл. 1.1 приведены значения q', найденные по (1.25) и (1.26) при различных $y\left(y = \frac{\Delta p_0}{\Delta p}\right)$; здесь же дано значение погрешности Δ, определяемой как

$$\Delta = \frac{q'(1.25) - q'(1.26)}{q'(1.25)}100,$$

где $q'(1.25)$ и $q'(1.26)$ — значения q', найденные соответственно по (1.25) и (1.26).

Из табл. 1.1 видно, что при $y \geq 0{,}54$ использование приближенной формулы Букингама может привести к существенной погрешности. Часто в практических расчетах возникает необходимость определения Δp по заданному расходу жидкости.

Если эту задачу решать по упрощенной формуле Букингама (1.26), то получим:

$$\Delta p = \frac{8l}{R}\left(\frac{\eta q}{\pi R^3} + \frac{\tau_0}{3}\right). \tag{1.27}$$

Границы применимости формулы (1.27) определяются данными табл. 1.1. Определению Δp по точной формуле Букингама посвящена работа Г.Д. Розенберга и Б.И. Мительмана.

Таблица 1.1

y	$q'(1.25)$	$q'(1.26)$	Δ, %	$q'(1.28)$	Δ_1, %
0	1,00000	1,00000	0,00	1,00000	0,00
0,10	0,86670	0,86667	0,00	0,86230	0,51
0,20	0,73386	0,73333	0,07	0,72987	0,55
0,30	0,60270	0,60000	0,45	0,60270	0,00
0,40	0,47520	0,46667	1,80	0,48081	1,18
0,50	0,35417	0,33333	6,04	0,36416	2,82
0,51	0,34255	0,32000	6,58	0,35278	2,99
0,52	0,33104	0,30667	7,36	0,34146	3,15
0,53	0,31964	0,29333	8,23	0,33019	3,30
0,54	0,30834	0,28000	9,19	0,31898	3,45
0,55	0,29717	0,26667	10,26	0,30781	3,58
0,56	0,28611	0,25333	11,46	0,29670	3,70
0,57	0,27519	0,24000	12,79	0,28564	3,80
0,58	0,26439	0,22667	14,27	0,27464	3,88
0,59	0,25372	0,21333	15,92	0,26368	3,93
0,60	0,24320	0,20000	17,76	0,25278	3,90
0,70	0,14670	0,06667	54,55	0,14667	0,00

При этом получается достаточно сложное выражение, затруднительное для практического использования.

Для получения более простого соотношения, имеющего относительно высокий диапазон применимости, необходима аппроксимация формулы (1.25) выражением, которое позволит найти Δp в явном виде и при этом не приведет к погрешности более 3—4 %.

Формула (1.25) была аппроксимирована так:

$$q' = 1 - 1{,}403297y + 0{,}263225y^2. \qquad (1.28)$$

В табл. 1.1 приводятся значения q' по (1.28). Из таблицы видно, что при $0 \le y \le 0{,}70$ погрешность по формуле (1.28) Δ_1 не превышает 4 %, что значительно ниже погрешности, получаемой по приближенной формуле Букингама.

Подставив в соотношение (1.28) выражения для q' и y, запишем:

$$\frac{8\eta l q}{\pi R^4 \Delta p} = 1 - 2{,}8066\frac{l\tau_0}{R\Delta p} + 1{,}0529\left(\frac{l\tau_0}{R\Delta p}\right)^2.$$

Таким образом, относительно Δp имеем квадратное уравнение, решив которое получим:

$$\Delta p = \frac{l}{2}\left[\frac{8\eta q}{\pi R^4} + 2{,}8066\frac{\tau_0}{R} + \sqrt{\left(\frac{8\eta q}{\pi R^4} + 2{,}8066\frac{\tau_0}{R}\right)^2 - 4{,}2116\left(\frac{\tau_0}{R}\right)^2}\,\right]. \qquad (1.29)$$

При определенных условиях структурный режим течения переходит в турбулентный. В случае вязкой жидкости условия перехода ламинарного режима в турбулентный определяются по параметру Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{2vR}{\nu}, \qquad (1.30)$$

где ν — кинематическая вязкость жидкости, $\nu = \mu g/\gamma$.

Исследованиями О. Рейнольдса было установлено, что критическое значение параметра Рейнольдса составляет $\mathrm{Re}_{кр} = 2320$.

Если $\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{кр}$, то происходит движение жидкости в ламинарном режиме; в противном случае осуществляется турбулентное течение.

Установим условия существования структурного и турбулентного режимов движения вязкопластичной жидкости в трубе круглого поперечного сечения.

Можно предположить, что наличие твердой фазы в жидкости гасит турбулентную пульсацию, и поэтому следует ожидать более позднюю турбулентность в сравнении с вязкой жидкостью.

1.2. РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ СУСПЕНЗИИ (ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ ЖИДКОСТИ) В ТРУБЕ

Решим задачу, пользуясь методом размерностей.

При течении суспензии в трубе критическая скорость зависит от диаметра d, плотности жидкости ρ, структурной вязкости η, а также динамического напряжения сдвига τ_0.

Следовательно, физическое уравнение можно записать так:

$$v_{\text{кр}} = f(d, \rho, \eta, \tau_0). \tag{1.31}$$

Так как d, ρ и η являются величинами, имеющими независимые размерности, то на основании π-теоремы имеем

$$\frac{v_{\text{кр}}}{d^x \rho^y \eta^z} = \varphi\left(\frac{\tau_0}{d^{x_1} \rho^{y_1} \eta^{z_1}}\right). \tag{1.32}$$

Определив показатели степени из условия равенства размерностей числителя и знаменателя, функциональную зависимость (1.32) перепишем так:

$$\text{Re}_{\text{кр}} = f_1(\text{He}), \tag{1.33}$$

где He — параметр Хедстрема.

$$\text{He} = \frac{\tau_0 d^2 \rho}{\eta^2}.$$

Хенкс теоретически установил зависимость $\text{Re} = f_1(\text{He})$, подтвержденную многочисленными экспериментальными исследованиями течения глинистых и цементных растворов с изменяющимися в широком диапазоне реологическими свойствами (табл. 1.2).

Из теории турбулентности известно о так называемой динамической скорости

$$v_{\text{дин}} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \tag{1.34}$$

где τ_w — касательное напряжение на стенке трубы.

Таблица 1.2

He	$Re_{кр}$	C	He	$Re_{кр}$	C
9 952	3 329	33,38	101 427	6 897	21,65
14 694	3 698	30,51	157 500	8 032	20,24
21 382	4 116	28,14	254 545	9 673	19,18
31 111	4 629	26,25	435 555	11 760	17,82
45 542	5 251	24,60	807 692	14 522	16,16
67 200	5 980	23,09	1 680 000	18 480	14,26

В многочисленных исследованиях, посвященных определению условий перехода структурного режима в турбулентный, величина τ_w заменена на τ_0, и критическую скорость можно представить как

$$v_{кр} = C\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}, \tag{1.35}$$

где C — коэффициент, определяемый из эксперимента.

Умножив левую и правую части (1.35) на $\rho d/\eta$, получим

$$Re_{кр} = C\sqrt{He}. \tag{1.36}$$

В табл. 1.2 коэффициент C найден по формуле (1.36) при $Re_{кр}$, равном соответствующим значениям, взятым из этой таблицы при том или ином параметре Хедстрема.

В настоящее время принято считать, что при $2 \cdot 10^4 \le He \le 1{,}6 \cdot 10^5$ $C = 25$, т.е.

$$Re_{кр} = 25\sqrt{He}. \tag{1.37}$$

Однако, если сравнить значение $C = 25$ в указанном диапазоне параметра Хедстрема с соответствующими C, приведенными в табл. 1.2, то легко убедиться, что они могут существенно отличаться от 25. Это расхождение достигает 25 %.

Помимо этого такая "конструкция" формул (1.36) и (1.37) существенно сужает область их применения и не характеризуется достаточной точностью.

Для устранения этих недостатков по данным табл. 1.2 была построена кривая зависимости $Re_{кр} = f(He)$, аппроксимация которой позволила получить формулу

$$Re_{кр} = 145{,}842 He^{0{,}33498}. \tag{1.38}$$

Расчеты по формуле (1.38) показали, что при $9952 \le He \le 1\,680\,000$ максимальное отклонение $Re_{кр}$ от результатов, приведенных в табл. 1.2, не превышает 4,5 %.

1.3. КОЭФФИЦИЕНТ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ СУСПЕНЗИИ

Для гидравлических расчетов при турбулентном режиме течения глинистого раствора были получены различные эмпирические соотношения. Приведем некоторые из них, получившие наибольшую известность.

Для расчетов при $2500 \le \mathrm{Re}^* \le 50\,000$ рекомендуется формула Б.И. Мительмана

$$\lambda_{\mathrm{M}} = 0{,}08/\sqrt[7]{\mathrm{Re}^*}, \tag{1.39}$$

где

$$\mathrm{Re}^* = \frac{\mathrm{Re}}{1 + \dfrac{\tau_0 d}{6\eta v}},$$

или

$$\mathrm{Re}^* = \frac{6\,\mathrm{Re}^2}{6\,\mathrm{Re} + \mathrm{He}}.$$

Р.И. Шищенко и К.А. Ибатулов предложили следующую зависимость, рекомендуемую в диапазоне $2500 \le \mathrm{Re}^* \le 50\,000$:

$$\lambda_{\text{Ш}} = \frac{0{,}075}{\sqrt[8]{\mathrm{Re}^*}}. \tag{1.40}$$

Б.С. Филатовым получено выражение

$$\lambda_{\Phi} = \frac{0{,}1}{\mathrm{Re}^{*\,0{,}15}}, \tag{1.41}$$

справедливое для неутяжеленных растворов при $0{,}05 \le \eta \le 0{,}2$ Па·с, $\tau_0 < 20$ Па.

Г.А. Матаевым предложено соотношение

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\mathrm{Ma}}}} = 1{,}2\lg\left(\mathrm{Re}^*\sqrt{\lambda_{\mathrm{Ma}}}\right) + 3. \tag{1.42}$$

Н.И. Лещий и Д.Ю. Мочернюк получили выражение

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\Lambda}}} = 1{,}23\lg\left(\mathrm{Re}^*\sqrt{\lambda_{\Lambda}}\right) + 2{,}6. \tag{1.43}$$

Коэффициент гидравлических сопротивлений при турбулентном режиме течения вязкой жидкости определяется по формуле Никурадзе

$$\lambda_{\text{Н}} = 0,0032 + \frac{0,221}{\text{Re}^{0,237}}. \tag{1.44}$$

В табл. 1.3 приведены результаты расчетов по формулам (1.39) – (1.44) при различных значениях Re и He.

Таблица 1.3

$\text{Re}\cdot 10^{-3}$	$\text{Re}^{*}\cdot 10^{-3}$	$\lambda_{\text{Н}}$	$\frac{\lambda_{\text{Ф}}}{\lambda_{\text{Н}}}$	$\frac{\lambda_{\text{Ш}}}{\lambda_{\text{Н}}}$	$\frac{\lambda_{\text{М}}}{\lambda_{\text{Н}}}$	$\frac{\lambda_{\text{Ма}}}{\lambda_{\text{Н}}}$	$\frac{\lambda_{\text{Л}}}{\lambda_{\text{Н}}}$
He = 40 000							
6	2,84	0,03131	0,96860	0,88628	0,82022	0,86214	0,92601
10	6,00	0,02811	0,96471	0,89932	0,82125	0,85375	0,92490
20	15,00	0,02433	0,97121	0,92635	0,83221	0,86287	0,94505
30	24,54	0,02240	0,98004	0,94635	0,84273	0,89283	0,93747
40	34,29	0,03113	0,98793	0,96198	0,85155	0,89897	0,94629
50	44,12	0,02021	0,99475	0,97474	0,85897	0,89059	0,98954
60	54,00	0,01949	1,00066	0,98550	0,86532	0,92346	0,97476
64	57,96	0,01924	1,00281	0,98937	0,86762	0,93532	0,98729
He = 80 000							
6	1,86	0,03131	1,03209	0,93439	0,87129	0,89408	0,98987
10	4,29	0,02811	1,01465	0,93795	0,86169	0,88932	0,96047
20	12,00	0,02433	1,00427	0,95256	0,85916	0,90396	0,94505
30	20,77	0,02240	1,00491	0,96632	0,86309	0,89283	0,98211
40	30,00	0,02113	1,00792	0,97817	0,86795	0,89897	0,99360
50	39,47	0,02021	1,01148	0,98839	0,87273	0,89059	0,98954
60	49,09	0,01949	1,01507	0,99731	0,87700	0,92346	0,97760
64	52,96	1,01924	1,01646	1,00058	0,87887	0,93532	0,98729
He = 120 000							
6	1,38	0,03131	1,07899	0,96964	0,90896	0,95794	1,05373
10	3,33	0,02811	1,05363	0,96788	0,89313	0,92490	0,99604
20	10,00	0,02433	1,03211	0,97451	0,88184	0,90396	0,98614
30	18,00	0,02240	1,02671	0,98376	0,88091	0,89283	0,98211
40	26,67	0,02113	1,02588	0,99268	0,88268	0,89897	0,99360
50	35,71	0,02021	1,02678	1,00083	0,88530	0,94007	0,98954
60	45,00	0,01949	1,02840	1,00822	0,88816	0,92326	0,97886
64	48,76	0,01924	1,02915	1,01098	0,88931	0,93532	0,98729
He = 140 000							
6	1,23	0,03131	1,09869	0,98437	0,92476	0,95794	1,08566
10	3,00	0,02811	1,07042	0,98071	0,90673	0,92490	1,03162
20	9,23	0,02433	1,04458	0,98431	0,89198	0,90396	0,98614
30	16,87	0,02240	1,03678	0,99173	0,88907	0,93747	0,98211
40	25,26	0,02113	1,03424	0,99941	0,88952	0,94629	0,99360
50	34,09	0,02021	1,03397	1,00667	0,89120	0,94007	0,98954
60	43,20	0,01949	1,03472	1,01338	0,89335	0,92346	1,02606
64	46,90	0,01924	1,03517	1,01591	0,89427	0,93532	0,98729

Из табл. 1.3 следует, что при турбулентном режиме течения механизмы течения вязкой и вязкопластичной жидкостей не отличаются между собой.

Проф. Р.И. Шищенко установлено, что при течении вязкопластичной жидкости в открытом лотке увеличение скорости приводит к постепенному уменьшению размеров ядра и при определенных условиях структурный режим переходит в "квазиламинарный", т.е. профиль скоростей становится практически параболическим и при этом влияние τ_0 на гидродинамические показатели уменьшается [26]. Дальнейшее увеличение скорости приводит к переходу в турбулентный режим и к практически полному отсутствию влияния динамического напряжения сдвига на потери давления.

Часто вязкопластичная суспензия используется в качестве промывочной жидкости при бурении скважины. В связи с этим возникает необходимость определения расхода жидкости и соответствующей средней скорости, достаточных для выноса выбуренной породы.

Очевидно, что средняя скорость потока должна быть не ниже скорости свободного осаждения частицы.

Представляет также интерес решение задачи по определению скорости свободного осаждения частицы в вязкой жидкости.

В последние годы стали актуальными вопросы, связанные с бурением горизонтальных скважин, состоящих из вертикального, наклонного и собственно горизонтального участков. Поэтому возникает необходимость определения расхода жидкости и средней скорости потока, достаточной для сдвига выбуренной частицы, находящейся на горизонтальном участке ствола.

2 ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ СВОБОДНОГО ОСАЖДЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ШАРООБРАЗНОЙ ФОРМЫ В НЕПОДВИЖНОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Рассмотрим задачу, пользуясь методом размерностей.

Из физических соображений очевидно, что скорость свободного оседания зависит от диаметра частицы $d_т$, динамической вязкости жидкости μ, разности между плотностями частиц и жидкости $\Delta\rho$ ($\Delta\rho = \rho_т - \rho$, где $\rho_т$, ρ — плотность соответственно частицы и жидкости) и ускорения свободного падения g. Значит, можно составить следующее физическое уравнение:

$$v_s = \varphi(d_т, \mu, \Delta\rho, g). \tag{2.1}$$

В данном случае $d_т$, μ и $\Delta\rho$ — величины, имеющие независимые размерности.

Значит, согласно π-теореме

$$\frac{v_s}{d_т^x \mu^y \rho^z} = f\left(\frac{g}{d_т^{x_1} \mu^{y_1} \Delta\rho^{z_1}}\right). \tag{2.2}$$

Для определения x, y и z запишем:

$$[v_s] = [d_т]^x [\mu]^y [\rho]^z.$$

Следовательно,

$$\frac{м}{с} = \frac{м^x Н^y с^y Н^z с^{2z}}{м^{2y} м^{yz}}.$$

Отсюда для нахождения x, y и z составим следующие три уравнения, ориентируясь на показатели степени при Н, м и с в правой и в левой частях:

м.................................. $1 = x - 2y - 4z$
Н................................. $0 = z + y$
с.................................. $1 = -y - 2z$

В результате решения этих уравнений было получено $x = -1$, $y = 1$, $z = -1$.

Значит, в левой части уравнения (2.2) будем иметь безразмерный комплекс

$$\frac{v_s \Delta\rho d_т}{\mu}.$$

Значения x_1, y_1 и z_1 определяются из условия

$$[g] = [d_т]^{x_1}[\mu]^{y_1}[\Delta\rho]^{z_1}$$

или

$$\frac{м}{с^2} = \frac{м^{x_1}Н^{y_1}с^{y_1}Н^{z_1}с^{2z_1}}{м^{2y_1}м^{yz_1}}.$$

Значит, для того, чтобы найти x_1, y_1 и z_1, необходимо составить следующие уравнения:

м..................................... $1 = x_1 - 2y_1 - 4z_1$
Н.................................... $0 = y_1 + z_1$
с..................................... $2 = -y_1 - 2z_1$

Следовательно, $x_1 = -3$, $y_1 = 2$, $z_1 = -2$, а правая часть функциональной зависимости (2.2) записывается в виде безразмерного комплекса $\frac{gd_т^3\Delta\rho^2}{\mu^2}$.

Таким образом, вместо уравнения (2.2) можно записать:

$$\frac{v_s \Delta\rho d_т}{\mu} = C\frac{gd_т^3\Delta\rho^2}{\mu^2}.$$

Отсюда

$$v_s = C\frac{gd_т^2(\rho_т - \rho)}{\mu}. \qquad (2.3)$$

Полагаем, что C по аналогии с коэффициентом гидравлических сопротивлений при течении жидкости λ можно определить как

$$C = \frac{b}{\mathrm{Re}^n}. \qquad (2.4)$$

Так как в данном случае параметр Рейнольдса

Таблица 2.1

Коэффи-циент	Re				
	≤ 1	2–15	15–80	80–1500	1500
a	0,0417	0,049	0,172	0,441	0,575
m	1,0000	0,782	0,612	0,516	0,500

$$\mathrm{Re} = \frac{v_s d_\text{т} \gamma}{\mu g}, \qquad (2.5)$$

то по (2.3) — (2.5) получим:

$$v_s = \frac{b^{\frac{1}{n+1}} d_\text{т}^{\frac{2n}{n+1}} (\gamma_\text{т} - \gamma)^{\frac{1}{n+1}} g^{\frac{n}{n+1}}}{\gamma^{\frac{n}{n+1}} \mu^{\frac{1-n}{1+n}}}. \qquad (2.6)$$

Заменив $n = \frac{1-m}{m}$, выражение (2.6) можно переписать так:

$$v_s = b^m \frac{d_\text{т}^{3m-1}}{\mu^{2m-1}} \frac{(\gamma_\text{т} - \gamma)^m g^{1-m}}{\gamma^{1-m}}. \qquad (2.7)$$

Считаем, что $b = \frac{4}{3} a^{\frac{1}{m}}$.

Тогда соотношение (2.7) принимает вид:

$$v_s = a\left(\frac{4}{3}\right)^m \frac{d_\text{т}^{3m-1}}{\mu^{2m-1}} \frac{(\gamma_\text{т} - \gamma)^m g^{1-m}}{\gamma^{1-m}}. \qquad (2.8)$$

Здесь a и m — коэффициенты, значения которых в зависимости от Re приведены в табл. 2.1.

Формула (2.8) впервые была получена Цейдлером [19].

При Re > 1500 выражение (2.8) переходит в известную формулу Ретингера, а при Re ≤ 1 имеем формулу Стокса.

2.2. УСЛОВИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ СДВИГА ЧАСТИЦЫ, НАХОДЯЩЕЙСЯ НА ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Согласно А.В. Великанову, твердая частица, находящаяся на дне горизонтального лотка, подвергается лобовому сопротивлению, а также воздействию подъемной силы. Скорость, необходимая для сдвига, определяется по формуле [3]

$$v = a\sqrt{gd_т}, \qquad (2.9)$$

где a — коэффициент, определяемый из экспериментальных исследований.

Согласно экспериментам, проведенным А.В. Великановым и Н.В. Бочковым,

$$a = \sqrt{\frac{6}{d_т} + 15}. \qquad (2.10)$$

Значит,

$$v = \sqrt{gd_т\left(\frac{6}{d_т} + 15\right)}, \qquad (2.11)$$

где $d_т$ — диаметр частицы, мм; g — ускорение свободного падения, мм/с^2; v — необходимая скорость жидкости, мм/с.

Формулы (2.9) — (2.11) были получены для сдвига частицы породы удельным весом $\gamma_т = 2{,}65 \cdot 10^4$ Н/м^3, находящейся в воде удельным весом $\gamma = 10^4$ Н/м^3.

Поэтому для жидкости, отличающейся от воды, можно приближенно записать:

$$v = \sqrt{gd_т\left(\frac{6}{d_т} + 15\right)\left(\frac{\gamma_т}{\gamma} - 1\right)\frac{1}{1{,}65}}. \qquad (2.12)$$

Выведем формулу для определения скорости, необходимой для сдвига частицы шарообразной формы, исходя из гидродинамической теории о силе давления струи P на преграду.

Согласно этой теории

$$P = \rho q v(1 - \cos\alpha), \qquad (2.13)$$

где α — угол, с которой струя сходит с шарообразной частицы; q — расход жидкости.

Так как

$$q = \frac{\pi d_т^2}{4} v,$$

то

$$P = \frac{\pi d_т^2}{4g} \gamma v^2 (1 - \cos\alpha). \qquad (2.14)$$

Предельная сила трения, возникающая при стремлении сдвинуть шарообразное тело, определяется как

Таблица 2.2

α, град.	v, м/с		
	f_0 = 0,2	f_0 = 0,3	f_0 = 0,5
20	0,5443	0,6668	0,8608
25	0,3653	0,5350	0,6906
30	0,3440	0,4474	0,5775
35	0,2764	0,3850	0,4971
40	0,2470	0,3385	0,4370
45	0,2237	0,3026	0,3906

$$F = \frac{\pi d_т^3}{6} f_0(\gamma_т - \gamma), \tag{2.15}$$

где f_0 — коэффициент трения, $0 \le f_0 < 1$.

Из равенства (2.14) и (2.15) получим следующее выражение для определения скорости, при которой происходит сдвиг частицы:

$$v = \sqrt{\frac{2 f_0 d_т (\gamma_т - \gamma) g}{3\gamma(1 - \cos\alpha)}}. \tag{2.16}$$

Очевидно, что α и f_0 должны быть найдены из экспериментальных исследований.

Можно полагать, что при обтекании частицы шарообразной формы $\alpha < 45°$. Представление о значении коэффициента трения для некоторых тел дают следующие данные:

Дерево по дереву............................ f_0 = 0,4 − 0,7
Металл по металлу.......................... f_0 = 0,15 − 0,25
Сталь по льду.................................... f_0 = 0,027

В табл. 2.2 приведены значения v, найденные по формуле (2.16) при $\gamma_т = 2{,}64 \cdot 10^4$ Н/м³, $\gamma = 1{,}2 \cdot 10^4$ Н/м³, $d_т = 0{,}01$ м, различных α и f_0.

Очевидно, что расход жидкости должен обусловить скорость, обеспечивающую вынос выбуренной породы на горизонтальном, наклонном и вертикальном участках ствола.

Представляет интерес найти скорость свободного осаждения, а значит, и необходимую скорость потока на вертикальном участке, заполненном вязкопластичной суспензией, и сопоставить со скоростью, определяемой по формуле (2.16). Расход жидкости должен определяться с ориентацией на ту из этих двух скоростей, которая имеет относительно большее значение.

2.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ В ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ СУСПЕНЗИИ (ГЛИНИСТОМ РАСТВОРЕ)

В результате экспериментальных исследований, проведенных Р.И. Шищенко, были получены различные соотношения для определения скорости движения частицы в зависимости от режима обтекания. При обтекании частицы в области структурного режима имеем:

$$v_s = 0,66 d_т \frac{\tau_0}{\eta}\left(\sqrt[3]{\frac{d_т}{d_0}} - 1\right)^2, \qquad (2.17)$$

где d_0 — диаметр нетонущей частицы.

Из уравнения динамического равновесия шара

$$\frac{\pi d_0^3}{6}(\gamma_т - \gamma) = \pi m d_0^2 \tau_0.$$

Отсюда

$$d_0 = \frac{6m\tau_0}{\gamma_т - \gamma}, \qquad (2.18)$$

где m — коэффициент формы, зависящий от d_0 и определенный по кривой [26, 27], аппроксимация которой позволила получить выражение

$$m = \frac{0,7574}{d_0^{0,21085}}. \qquad (2.19)$$

Здесь значение d_0 дано в метрах.

По выражениям (2.19) и (2.18) получим

$$d_0 = \left(4,544\frac{\tau_0}{\gamma_т - \gamma}\right)^{0,82559}. \qquad (2.20)$$

В формулу (2.20) необходимо подставлять значения τ_0, $\gamma_т$ и γ, выраженные в единицах СИ; тогда d_0 получим в метрах.

Скорость падения частицы в области турбулентного обтекания частицы рекомендуется определять по формуле Ретингера

$$v_s = \sqrt{\frac{4g}{3c_0}\frac{d_т(\gamma_т - \gamma)}{\gamma}}, \qquad (2.21)$$

где c_0 — коэффициент сопротивления.

Согласно исследованиям Р.И. Шищенко [27] значение c_0 при турбулентном обтекании определяется так:

для частиц шарообразной формы

$$c_0 = 0{,}197233g\left(\frac{d_т}{d_0} - 1\right)^{-0{,}442758}; \tag{2.22}$$

для плоских частиц

$$c_0 = 0{,}643014g\left(\frac{d_т}{d_0} - 1\right)^{-0{,}8027}. \tag{2.23}$$

В формулах (2.22) и (2.23) значения g даны в метрах на секунду в квадрате (м/с^2).

В случае падения частицы при режиме турбулентной автомодельности имеем:

для частиц шарообразной формы

$$c_0 = 0{,}8175; \tag{2.24}$$

для частиц в форме пластин

$$c_0 = 1{,}453. \tag{2.25}$$

Режим обтекания устанавливается в зависимости от отношения диаметра частицы $d_т$ к d_0.

При

$$\frac{d_т}{d_0} \le 3{,}0 \tag{2.26}$$

наблюдается структурное обтекание.

При

$$3{,}0 < \frac{d_т}{d_0} \le 7{,}0 \tag{2.27}$$

обтекание происходит при турбулентном режиме.

При

$$\frac{d_т}{d_0} > 7{,}0 \tag{2.28}$$

обтекание осуществляется в области турбулентной автомодельности.

Таким образом, для того чтобы найти v_s, необходимо при заданных τ_0, $\gamma_т$ и γ по (2.20) определить диаметр нетонущей частицы d_0, а затем в зависимости от отношения $d_т/d_0$ выполнить расчет по одной из приведенных формул.

В табл. 2.3 даны результаты расчетов, проведенных при

Таблица 2.3

τ_0, Па	d_0, 10^{-3} м	$\dfrac{d_т}{d_0}$	c_0	v_s, м/с
0,5	0,726	13,774	0,8175	0,4382
1,0	1,287	7,770	0,8175	0,4382
2,0	2,281	4,384	1,1274	0,3731
3,0	3,188	3,137	1,3824	0,3361

$\gamma_т = 2{,}64 \cdot 10^4$ Н/м^3, $\gamma = 1{,}2 \cdot 10^4$ Н/м^3, $d_т = 0{,}01$ м и различных τ_0 в случае обтекания жидкости в режиме турбулентной автомодельности и турбулентном режиме.

В табл. 2.4 приведены значения v_s, найденные по формуле (2.17), т.е. при структурном режиме обтекания.

Сравнивая значения v и v_s, приведенные в табл. 2.2, 2.3, видим, что расхождение между ними незначительное. Однако, учитывая недостаточную изученность вопроса по определению v, т.е. скорости, необходимой для страгивания частицы, целесообразно в дальнейшем ориентироваться на v_s, т.е. на скорость свободного осаждения.

Теперь обработаем результаты экспериментальных исследований, проведенных Р.И. Шищенко, пользуясь теорией размерностей.

Физическое уравнение по аналогии с (2.1) запишется так:

$$v_s = \varphi(d_т, \eta, \tau_0, \Delta\rho, g). \tag{2.29}$$

Так как $d_т$, η и $\Delta\rho$ являются величинами, имеющими независимые размерности, то функциональную зависимость (2.29) можно представить в виде

$$\frac{v_s}{d_т^x \eta^y \Delta\rho^z} = \psi\left(\frac{g}{d_т^{x1}\eta^{y1}\Delta\rho^{z1}},\ \frac{\tau_0}{d_т^{x2}\eta^{y2}\Delta\rho^{z2}}\right). \tag{2.30}$$

Таблица 2.4

η, 10^{-3} Па·с	v_s, м/с			
	$\tau_0 = 3{,}5$ Па	$\tau_0 = 4{,}0$ Па	$\tau_0 = 5{,}0$ Па	$\tau_0 = 6{,}0$ Па
2	1,873	1,637	1,224	0,870
4	0,937	0,817	0,612	0,435
6	0,624	0,544	0,408	0,290
8	0,468	0,408	0,306	0,217
10	0,375	0,327	0,245	0,174
12	0,312	0,272	0,204	0,145
14	0,268	0,233	0,175	0,124
16	0,234	0,204	0,153	0,109
18	0,208	0,181	0,136	0,097
20	0,187	0,163	0,123	0,087

Определив показатели степени, получим

$$\frac{v_s \Delta\rho d_т}{\eta} = \psi_1\left(\frac{g d_т^3 \Delta\rho^2}{\eta^2}, \quad \frac{\tau_0 d_т^2 \Delta\rho}{\eta^2}\right). \qquad (2.31)$$

Если сравнить (2.31) с (2.3), то можно убедиться в том, что $v_s \Delta\rho d_т/\eta$ зависит прямо пропорционально от $g d_т^3 \Delta\rho^2 / \eta^2$.

Тогда можем записать:

$$\frac{v_s \Delta\rho d_т}{\eta} = \frac{g d_т^3 \Delta\rho^2}{\eta^2} \psi_2\left(\frac{\tau_0 d_т^2 \Delta\rho}{\eta^2}\right)$$

или

$$v_s^* = \psi_3(\tau_0^*), \qquad (2.32)$$

где $v_s^* = \dfrac{\eta v_s}{g d_т^2 \Delta\rho}$; $\tau_0^* = \dfrac{\tau_0 d_т^2 \Delta\rho}{\eta^2}$.

По выражениям (2.17) — (2.20) были рассчитаны значения v_s в зависимости от $d_т$ при $\eta = 0{,}010$ Па·с, $\tau_0 = 2$ Па, $\gamma_т = 2{,}65 \cdot 10^4$ Н/м^3, $\gamma = 1{,}2 \cdot 10^4$ Н/м^3.

При заданных исходных данных найдены соответствующие v_s^* и τ_0^* (табл. 2.5).

Аппроксимация результатов, приведенных в табл. 2.5, позволит получить следующую формулу:

$$v_s^* = 0{,}0003196(\tau_0^* - 400)^{0{,}3032}. \qquad (2.33)$$

В табл. 2.5

$$\Delta = \frac{v_{s(\text{эксп})}^* - v_{s(2.33)}^*}{v_{s(\text{эксп})}^*} 100.$$

Таблица 2.5

$d_т$, м	v_s, м/с	τ_0^*	v_s^* по эксперименту	v_s^* по формуле (2.33)	Δ, %
0,005	0,0600	739,04	0,00165	0,00187	−13,3
0,006	0,1146	1056,88	0,00220	0,00228	−3,6
0,008	0,2847	1878,90	0,00307	0,00292	4,9
0,010	0,5349	2935,78	0,00370	0,00344	7,0
0,012	0,8653	4227,52	0,00415	0,00390	6,0
0,014	1,2756	5754,13	0,00449	0,00431	4,0
0,016	1,7649	7515,60	0,00476	0,00470	1,3
0,018	2,3324	9511,92	0,00497	0,00507	−2,0
0,020	2,9772	11743,12	0,00514	0,00542	−5,4

Здесь $v^*_{s(\text{эксп})}$ и $v^*_{s(2.33)}$ — значения v^*_s по экспериментальным исследованиям и формуле (2.33).

Из табл. 2.5 видно, что при $900 \le \tau^*_0 \le 11\,000$ максимальное расхождение между значениями v^*_s, получаемыми по формуле (2.33) и экспериментами Р.И. Шищенко, не превышает 5,4 %.

2.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЯЗКОПЛАСТИЧНЫХ СУСПЕНЗИЙ

Реологические свойства вязкопластичных суспензий в лабораторных условиях определяются с помощью капиллярного и ротационного вискозиметров.

Остановимся на определении τ_0 и η с помощью капиллярного вискозиметра.

Определение τ_0 и η в данном случае связано с течением вязкопластичной суспензии в трубе круглого поперечного сечения.

Теоретические исследования данной задачи, проведенные Букингамом, позволили получить зависимость (1.26), которую можно представить так:

$$q = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta l} - \frac{\pi R^3 \tau_0}{3\eta}. \tag{2.33}$$

Согласно (2.33) при $q = 0$

$$\Delta p_{\text{ст}} = \frac{16}{3}\frac{l\tau_0}{d}.$$

Отсюда

$$\tau_0 = \frac{3d\Delta p_{\text{ст}}}{16l}. \tag{2.34}$$

Значение $\Delta p_{\text{ст}}$ определяется экстраполяцией реологической кривой $\Delta p = f(q)$ и является отрезком, отсекающим на оси Δp при $q = 0$.

Из формулы (2.33) получим

$$\eta = \frac{\pi d^3}{24q}\left(\frac{3d\Delta p}{16l} - \tau_0\right). \tag{2.35}$$

Таким образом, при известной реологической кривой Δp и q, а также найденном ранее значении τ_0 по формуле (2.35) можно определить η.

Значения τ_0 и η определяются также с помощью ротационных вискозиметров. Для этого испытываемую жидкость наливают в пространство между двумя коаксиальными цилиндрами радиусами r_0 и r_1 ($r_1 > r_0$), один из которых (например, внешний) вращается с определенной угловой скоростью ω. Вращающий момент M определяется по углу закручивания φ проволоки, на которой подвешен цилиндр:

$$M = c'\varphi, \tag{2.36}$$

где c' — постоянная проволоки, т.е. крутящий момент, соответствующий закручиванию проволоки на 1°.

В результате теоретического решения задачи по определению момента M при круговом вращательном движении жидкости, обусловленном вращением внешнего цилиндра с постоянной угловой скоростью ω, получено следующее выражение [21, 26]:

$$M = \frac{4\pi\mu l r_1^2 r_0^2}{r_1^2 - r_0^2}\left(\omega + \frac{\tau_0}{\eta}\ln\frac{r_1}{r_0}\right), \tag{2.37}$$

где l — высота внутреннего цилиндра.

Из равенства значений M по формулам (2.36) и (2.37) получим:

$$A\varphi = \eta\omega + \tau_0 \ln\frac{r_1}{r_0}, \tag{2.38}$$

где A — постоянная прибора,

$$A = \frac{c'(r_1^2 - r_0^2)}{4\pi l r_1}.$$

Значения τ_0 и η определяются по зависимости $A\varphi = f(\omega)$, построенной в результате лабораторных замеров. Экстраполяцией на оси $A\varphi$ находим отрезок a, равный согласно (2.38) при $\omega = 0$

$$a = \tau_0 \ln\frac{r_1}{r_0}.$$

Отсюда

$$\tau_0 = \frac{a}{\ln\frac{r_1}{r_0}}.$$

Тогда при известных ω, φ, A и найденном τ_0 согласно формуле (2.38) не представляет труда найти η:

$$\eta = \frac{A\varphi - \tau_0 \ln \frac{r_1}{r_0}}{\omega}. \tag{2.39}$$

Таким образом, для определения η и τ_0 с помощью существующих в настоящее время способов необходимо экспериментальную зависимость экстраполировать до пересечения с вертикальной осью при $q = 0$ (в случае капиллярного вискозиметра) и $\omega = 0$ (в случае ротационного вискозиметра), получая соответствующие отрезки, по которым можно найти динамическое напряжение сдвига. Основной недостаток этих способов заключается в том, что получаемое значение τ_0 не является динамическим напряжением сдвига, поскольку оно определяется из условия статики, т.е. при отсутствии движения испытываемой жидкости как в капиллярном, так и в ротационном вискозиметре. В связи с этим помимо искаженного значения τ_0 получаем также неверное значение динамической или структурной вязкости жидкости. Этим обстоятельством объясняется и тот факт, что кривая $\Delta p = f(q)$, построенная по измеренным η и τ_0, не совпадает с кривой $\Delta p = \Phi(q)$, полученной прямыми измерениями.

Для устранения перечисленных недостатков и определения достоверных значений τ_0 и η предложены два способа определения реологических свойств с помощью трубного и ротационного вискозиметров [13].

Выше было показано, что при турбулентном режиме течения вязкопластичной жидкости потери давления на трение не зависят от динамического напряжения сдвига и для гидравлических расчетов вполне применимы формулы, справедливые при течении вязкой жидкости.

Для определения реологических свойств с помощью трубного вискозиметра испытываемая жидкость с известной плотностью прокачивается насосом по трубе определенного диаметра d длиной l [10, 11].

При каждом q определяют потери давления Δp на участке длиной l, в результате чего строят зависимость $\Delta p = f(q)$. График $\Delta p = f(q)$ делят на два участка, на одном из которых наблюдается практически линейная зависимость Δp от q, а на другом зависимость $\Delta p = f(q)$ изменяется по некоторой кривой. Очевидно, что криволинейный участок соответствует турбулентному режиму течения.

В области турбулентного режима задаемся каким-либо значением $q = q_т$ и находим соответствующее $\Delta p = \Delta p_т$.

Согласно формулам Дарси — Вейсбаха и Никурадзе можем записать:

$$\Delta p_{т} = \left[0,0032 + 0,221\left(\frac{\pi d g \eta}{4\gamma q_{т}}\right)^{0,237}\right]\frac{8\gamma l q_{т}^2}{\pi^2 g d^5}. \qquad (2.40)$$

Решая выражение (2.40) относительно η, получим:

$$\eta = \left[\frac{1}{0,221}\left(\frac{\pi^2 g d^5 \Delta p_{т}}{8\gamma l q_{т}^2} - 0,0032\right)\right]^{\frac{1}{0,237}} \frac{4\gamma q_{т}}{\pi g d}. \qquad (2.41)$$

Таким образом, при известных значениях $\Delta p_{т}$ и $q_{т}$ по формуле (2.41) определяем η; по упрощенной формуле Букингама (2.33)

$$\tau_0 = \frac{3d}{16l}\left(\Delta p_{с} - \frac{128\eta l q_{с}}{\pi d^4}\right), \qquad (2.42)$$

где $\Delta p_{с}$ и $q_{с}$ — потери давления и расход жидкости, соответствующие точке зависимости, находящейся в области структурного режима течения.

Рассмотренным способом были найдены значения τ_0 и η для большого числа глинистых растворов, используемых при бурении скважин. По полученным значениям τ_0 и η, а также формулам Дарси — Вейсбаха, Никурадзе и Букингама построена зависимость $\Delta p = \varphi(q)$, которая сравнивалась с аналогичной зависимостью, найденной в результате экспериментальных исследований.

Во всех случаях расчетные зависимости оказались близки к соответствующим экспериментальным кривым. Это свидетельствует о применимости предложенного способа определения τ_0 и η.

Рассмотрим второй способ. Определение реологических свойств с помощью ротационных вискозиметров по существующей в настоящее время методике не дает положительных результатов, так как расчетная кривая $\Delta p = \Phi(q)$ для течения жидкости в круглой трубе, построенная по найденным τ_0 и η, не совпадает с аналогичной, экспериментально определенной зависимостью.

В исследованиях [13, 14] показано, что при определении τ_0 и η ротационным вискозиметром наблюдается движение жидкости либо при структурном, либо при квазиламинарном режимах.

Установлено, что законы одномерного прямолинейного течения можно использовать для решения задачи о круговом вращательном движении жидкости между двумя цилиндрами [13, 14].

Решим эту задачу при квазиламинарном режиме течения.

В данном случае $\Delta p = 0$. Поверхностью радиусом ρ все кольцевое пространство делим на две области.

Для определения скорости в любой точке первой и второй области согласно системе дифференциальных уравнений Генки — Ильюшина получим:

$$u_1 = -\frac{\tau_0}{\eta} r + c_1 \ln r + c_2; \tag{2.43}$$

$$u_2 = \frac{\tau_0}{\eta} r + c_3 \ln r + c_4. \tag{2.44}$$

При $r = \rho$ $u_1 = u_{\max}$; при $r = r_0$ $u_1 = 0$.

Тогда

$$c_1 = \frac{u_{\max}}{\ln\frac{\rho}{r_0}} + \frac{\tau_0}{\eta}\frac{\rho - r_0}{\ln\frac{\rho}{r_0}}; \tag{2.45}$$

$$c_2 = \frac{\tau_0}{\eta}\left(r_0 - \frac{\rho - r_0}{\ln\frac{\rho}{r_0}} \ln r_0\right) - \frac{u_{\max}}{\ln\frac{\rho}{r_0}} \ln r_0, \tag{2.46}$$

где ρ — радиус поверхности, на которой скорость достигает максимума.

Следовательно, по (2.43), (2.45) и (2.46) получим

$$u_1 = \frac{\tau_0}{\eta}\left(r_0 + \frac{\rho - r_0}{\ln\frac{\rho}{r_0}} \ln\frac{r}{r_0} - r\right) + \frac{u_{\max}}{\ln\frac{\rho}{r_0}} \ln\frac{r}{r_0}. \tag{2.47}$$

Здесь и ниже угловую скорость в области квазиламинарного и структурного режимов будем обозначать $\omega = \omega_к$ и $\omega = \omega_с$.

Произвольные постоянные c_3 и c_4 найдем из следующих граничных условий: при $r = \rho$ $u_2 = u_{\max}$; при $r = r_1$ $u_2 = \omega_к r_1$.

Значит,

$$c_3 = \frac{\omega_к r_1}{\ln\frac{r_1}{\rho}} - \frac{\tau_0}{\eta}\frac{r_1 - \rho}{\ln\frac{r_1}{\rho}} - \frac{u_{\max}}{\ln\frac{r_1}{\rho}}; \tag{2.48}$$

$$c_4=\frac{u_{\max}}{\ln\frac{r_1}{\rho}}\ln r_1+\frac{\tau_0}{\eta}\left(\frac{r_1-\rho}{\ln\frac{r_1}{\rho}}\ln r_1-r_1\right)+\omega_к r_1\left(1-\frac{\ln r_1}{\ln\frac{r_1}{\rho}}\right). \qquad (2.49)$$

Таким образом,

$$u_2=\frac{\tau_0}{\eta}\left(r-r_1+\frac{r_1-\rho}{\ln\frac{r_1}{\rho}}\ln\frac{r_1}{r}\right)+\omega_к r_1\frac{\ln\frac{r}{\rho}}{\ln\frac{r_1}{\rho}}+u_{\max}\frac{\ln\frac{r_1}{r}}{\ln\frac{r_1}{\rho}}. \qquad (2.50)$$

По соотношениям (2.50) и (2.47) можно записать:

$$\left.\frac{du_2}{dr}\right|_{r=\rho}=\frac{\tau_0}{\eta}\frac{\rho\ln\frac{r_1}{\rho}-r_1+\rho}{\rho\ln\frac{r_1}{\rho}}+\frac{\omega_к r_1}{\rho\ln\frac{r_1}{\rho}}-\frac{u_{\max}}{\rho\ln\frac{r_1}{\rho}}; \qquad (2.51)$$

$$\left.\frac{du_1}{dr}\right|_{r=\rho}=\frac{u_{\max}}{\rho\ln\frac{\rho}{r_0}}-\frac{\tau_0}{\eta}\frac{\rho\ln\frac{\rho}{r_0}-\rho+r_0}{\rho\ln\frac{\rho}{r_0}}. \qquad (2.52)$$

Имеем

$$\left.\frac{du_1}{dr}\right|_{r=\rho_1}=\left.\frac{du_2}{dr}\right|_{r=\rho_2}. \qquad (2.53)$$

По (2.51) — (2.53) определяем максимальную скорость

$$u_{\max}=\frac{\tau_0}{\eta}\frac{1}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\left(2\rho\ln\frac{r_1}{\rho}\ln\frac{\rho}{r_0}+\rho\ln\frac{\rho^2}{r_0r_1}-r_1\ln\frac{\rho}{r_0}+r_0\ln\frac{r_1}{\rho}\right)+$$

$$+\omega_к r_1\frac{\ln\frac{\rho}{r_0}}{\ln\frac{r_1}{r_0}}. \qquad (2.54)$$

Следовательно,

$$u_1=\frac{\tau_0}{\eta}\frac{1}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\left(r_0\ln\frac{r_1}{r}+2\rho\ln\frac{r}{r_0}-r\ln\frac{r_1}{r_0}+2\rho\ln\frac{r_1}{\rho}\ln\frac{r}{r_0}-r_1\ln\frac{r_1}{r_0}\right)+$$

$$+\omega_к r_1\frac{\ln\frac{r}{r_0}}{\ln\frac{r_1}{r_0}}; \qquad (2.55)$$

$$u_2 = \frac{\tau_0}{\eta}\frac{1}{\ln\frac{r_1}{\rho}\ln\frac{r_1}{r_0}}\left(r\ln\frac{r_1}{r_0}\ln\frac{r_1}{\rho} + r_1\ln\frac{r_1}{r_0}\ln\frac{\rho}{r} + 2\rho\ln\frac{r_1}{r}\ln\frac{\rho}{r_1} + \right.$$

$$\left. +2\rho\ln\frac{r_1}{\rho}\ln\frac{\rho}{r_0}\ln\frac{r_1}{r} - r_1\ln\frac{\rho}{r_0}\ln\frac{r_1}{r} + r_0\ln\frac{r_1}{\rho}\ln\frac{r_1}{r}\right) +$$

$$+\omega_\text{к} r_1\frac{\ln\frac{r_1}{r_0}\ln\frac{r}{\rho} + \ln\frac{\rho}{r_0}\ln\frac{r_1}{r}}{\ln\frac{r_1}{r_0}\ln\frac{r_1}{\rho}}. \tag{2.56}$$

Составим уравнение динамического равновесия жидкости, движущейся в кольцевом пространстве:

$$2\pi r_1 l\tau_{w_2} = 2\pi r_0 l\tau_{w_1}, \tag{2.57}$$

где $\tau_{w_1} - \tau_{w_2}$ — касательные напряжения на поверхностях внешнего и внутреннего цилиндров радиусами r_1 и r_0.

Согласно закону Шведова — Бингама

$$\tau_{w_1} = \eta\left.\frac{du_1}{dr}\right|_{r=r_0} + \tau_0; \tag{2.58}$$

$$\tau_{w_2} = \eta\left.\frac{du_2}{dr}\right|_{r=r_1} + \tau_0. \tag{2.59}$$

По выражениям (2.55) — (2.59) получим $\rho = r_1$.

Это означает, что закон распределения скоростей в кольцевом пространстве выражается одной формулой

$$u = \frac{\tau_0}{\eta}\frac{1}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\left(r_0\ln\frac{r_1}{r} + r_1\ln\frac{r}{r_0} - r\ln\frac{r_1}{r_0}\right) + \omega_\text{к} r_1\frac{\ln\frac{r}{r_0}}{\ln\frac{r_1}{r_0}}. \tag{2.60}$$

Легко установить, что в формуле (2.60) выполняются граничные условия, т.е. при $r = r_1$ $u = \omega r_1$, а при $r = r_0$ $u_0 = 0$.

Касательное напряжение на поверхности внутреннего цилиндра определяется так:

$$\tau_{r\varphi} = \eta\left(\frac{du}{dr} - \frac{u}{r}\right)_{r=r_0}. \tag{2.61}$$

Значит, по выражениям (2.60) и (2.61) получим:

$$\tau_{r\varphi}=\frac{\tau_0}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\left(\frac{r_1}{r_0}-1-\ln\frac{r_1}{r_0}\right)+\frac{\eta\omega_\text{к} r_1}{r_0\ln\frac{r_1}{r_0}}. \tag{2.62}$$

Следовательно, момент на поверхности внутреннего цилиндра

$$M=\frac{2\pi r_0^2 r_1^2 l_\eta}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\left[\frac{\tau_0 r_0}{\eta r_1}\left(\frac{r_1}{r_0}-1-\ln\frac{r_1}{r_0}\right)+\omega_\text{к}\right]. \tag{2.63}$$

Угол закручивания проволоки в области действия квазиламинарного режима обозначим $\varphi = \varphi_\text{к}$. Тогда по аналогии с (2.36) можем записать:

$$M = c\varphi_\text{к}. \tag{2.64}$$

Из равенства моментов, найденных по формулам (2.63) и (2.64), получим:

$$A\varphi_\text{к} = \frac{r_1^2 - r_0^2}{2r_1 r_0 \ln\frac{r_1}{r_0}}\left[\tau_0\frac{r_0}{r_1}\left(\frac{r_1}{r_0}-1-\ln\frac{r_1}{r_0}\right)+\eta\omega_\text{к}\right]. \tag{2.65}$$

В соответствии с формулой (2.38)

$$A\varphi_\text{с} = \eta\omega_\text{с} + \tau_0\ln\frac{r_1}{r_0}. \tag{2.66}$$

Из выражений (2.65) и (2.66) можем записать:

$$\tau_0 = \frac{1}{\ln\frac{r_1}{r_0}}(A\varphi_\text{с} - \eta\omega_\text{с}); \tag{2.67}$$

$$\eta=\frac{A}{\omega_\text{к}-\frac{r_0}{r_1}\left(\frac{r_1}{r_0}-1-\ln\frac{r_1}{r_0}\right)\frac{\omega_\text{с}}{\ln\frac{r_1}{r_0}}}\times$$

$$\times\left[\varphi_\text{к}\frac{2r_1r_0\ln\frac{r_1}{r_0}}{r_1^2-r_0^2}-\frac{r_0}{r_1}\left(\frac{r_1}{r_0}-1-\ln\frac{r_1}{r_0}\right)\frac{\varphi_\text{с}}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\right]. \tag{2.68}$$

Значит, реологические свойства в данном случае определяются следующим образом.

Экспериментально устанавливают зависимость $\varphi = f(\omega)$, состоящую из двух практически линейных частей с различными углами наклона. Первая часть зависимости, установленная при относительно меньших значениях ω, соответствует структурному режиму, вторая часть — квазиламинарному режиму течения.

В области структурного и квазиламинарного режимов выбирают по одной точке и устанавливают $\varphi_с$, $\omega_с$ и $\varphi_к$, $\omega_к$. Далее при известных r_1, r_0, l и A по формулам (2.67) и (2.68) определяют η и τ_0.

Выше была приведена существующая классификация гидросмесей и исследованы некоторые вопросы гидродинамики, касающиеся вязкопластичных суспензий.

Теперь рассмотрим гидродинамические задачи, связанные с движением тонко- и грубодисперсных, а также неоднородно дисперсных и полидисперсных гидросмесей.

В настоящее время потери давления при движении гидросмесей определяют так: находят потери при движении однородной жидкости Δp_0, а затем добавляют к ним в виде сомножителя или слагаемого некоторую величину, учитывающую характерные особенности соответствующей группы гидросмеси (кроме суспензии).

В работах [1, 2] показано, что потери давления при движении газированных смесей можно найти с помощью формулы Дарси — Вейсбаха с поправкой, учитывающей истинную концентрацию газа в жидкости.

Таким же путем можно проводить исследования и при выводе гидродинамических формул при движении гидросмесей. Достоверность полученных соотношений должна быть установлена из сопоставления результатов расчетов с данными экспериментальных исследований.

Движение гидросмесей в вертикальных и горизонтальных трубах отличается силами, действующими на поток. Различны также соответствующие выражения для определения расхода жидкости, обеспечивающего минимум потерь давления. Поэтому целесообразно рассмотреть эти задачи отдельно.

3 ДВИЖЕНИЕ ГИДРОСМЕСЕЙ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ ТРУБАХ

Пусть в вертикальной трубе длиной l и диаметром d происходит восходящее движение гидросмеси. Давления у верхнего и нижнего торцов составляют p_1 и p_2.

Если $\Delta p_{тр}$ — потери давления на преодоление сил трения, а $\Delta p = p_1 - p_2$, то, придерживаясь принципа Д'Аламбера, можно составить следующее уравнение динамического равновесия:

$$\Delta p = \gamma_{см} l + \Delta p_{тр}, \tag{3.1}$$

где $\gamma_{см}$ — удельный вес гидросмеси.

Так как удельный вес — это вес единицы объема, то

$$\gamma_{см} = \frac{\gamma_ж V_ж + \gamma_т V_т}{V_ж + V_т}, \tag{3.2}$$

где $V_ж$ и $V_т$ — объем жидкой и твердой фаз соответственно.

Заменив $V_ж$ и $V_т$ расходом жидкости $q_ж$ и твердой фазы $q_т$, можно записать:

$$\gamma_{см} = \frac{\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т}{q_ж + q_т}. \tag{3.3}$$

Соотношение (3.3) правомерно в случае отсутствия относительного движения частицы, т.е. при выносе твердой фазы. Выражение (3.3) можно также получить, пользуясь понятиями объемной α_x и расходной α_0 концентраций.

Истинная, или объемная, концентрация определяется как

$$\alpha_x = \frac{V_т}{V_т + V_ж}. \tag{3.4}$$

Расходная концентрация

$$\alpha_0 = \frac{q_т}{q_т + q_ж}. \tag{3.5}$$

Процесс выноса твердой фазы характеризуется условием

$$\alpha_x = \alpha_0. \tag{3.6}$$

Удельный вес смеси

$$\gamma_{см} = \gamma_ж(1 - \alpha_0) + \gamma_т\alpha_0. \tag{3.7}$$

Значит, по (3.5) и (3.6)

$$\gamma_{см} = \gamma_ж \frac{q_ж}{q_т + q_ж} + \gamma_т \frac{q_т}{q_т + q_ж}. \tag{3.8}$$

Таким образом, по (3.3) и (3.8) получаем одно и то же выражение для $\gamma_{см}$.

Следуя формуле Дарси — Вейсбаха, потери давления на трение при движении гидросмеси найдем так:

$$\Delta p_{тр} = \frac{\lambda_{см}\gamma_{см} l v_{см}^2}{2gd}, \tag{3.9}$$

где $v_{см}$ — скорость движения смеси; $\lambda_{см}$ — коэффициент гидравлических сопротивлений гидросмесей.

Согласно формуле Блазиуса

$$\lambda_{см} = \frac{0,3164}{\mathrm{Re}_{см}^{0,25}},$$

где $\mathrm{Re}_{см}$ — параметр Рейнольдса при движении гидросмеси.

Так как

$$\mathrm{Re}_{см} = \frac{v_{см} d \gamma_{см}}{\mu_{см} g},$$

то

$$\lambda_{см} = 0,3164\left(\frac{\mu_{см} g}{v_{см} d \gamma_{см}}\right)^{0,25}. \tag{3.10}$$

Значит, по (3.9) и (3.10)

$$\Delta p_{тр} = \frac{0,1582\mu_{см}^{0,25}\gamma_{см}^{0,75} l v_{см}^{1,75}}{g^{0,75} d^{1,25}}, \tag{3.11}$$

где $\mu_{см}$ — динамическая вязкость гидросмеси.

Согласно формуле Эйнштейна имеем [22]

$$\mu_{см} = \mu \frac{1 + 0,5\alpha_0}{(1 - \alpha_0)^2}. \tag{3.12}$$

По выражениям (3.5) и (3.12)

$$\mu_{см} = \mu \frac{(1,5q_т + q_ж)(q_т + q_ж)}{q_ж^2}. \tag{3.13}$$

Часто при решении практических вопросов расчеты ведут по приближенной формуле Эйнштейна

$$\mu_{см} = \mu(1 + 2{,}5\alpha_0). \qquad (3.14)$$

Согласно (3.12) и (3.14) отношение $\mu_{см}$, найденное по точной и приближенной формулам, составляет:

$$\frac{\mu_{см}(3.12)}{\mu_{см}(3.14)} = \frac{1+0{,}5\alpha_0}{(1-2\alpha_0+\alpha_0^2)^2(1+2{,}5\alpha_0)},$$

или

$$\frac{\mu_{см}(3.12)}{\mu_{см}(3.14)} = \frac{1+0{,}5\alpha_0}{1+0{,}5\alpha_0-4\alpha_0^2+2{,}5\alpha_0^3}. \qquad (3.15)$$

В табл. 3.1 приведены значения $\mu_{см}$ (3.12)/$\mu_{см}$ (3.14) при различных α_0.

Формула Эйнштейна рекомендуется для практических расчетов при $\alpha_0 \le 0{,}10$. Из табл. 3.1 видно, что расхождение между $\mu_{см}$, найденными по (3.12) и (3.14), не превышает 3,7 %.

При концентрации более 10 % вязкость смеси целесообразно рассчитывать по формуле Томаса

$$\mu_{см} = \mu(1 + 2{,}5\alpha_0 + 10{,}05\alpha_0^2 + 0{,}00273e^{16{,}6\alpha_0}). \qquad (3.16)$$

Определим, насколько отличаются между собой значения $\mu_{см}$, найденные по точной формуле Эйнштейна (3.12) и по зависимости (3.16). Результаты расчетов приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.1

α_0	$\frac{\mu_{см}(3.12)}{\mu_{см}(3.14)}$	α_0	$\frac{\mu_{см}(3.12)}{\mu_{см}(3.14)}$
0,02	1,0016	0,06	1,0136
0,03	1,0035	0,07	1,0184
0,04	1,0062	0,08	1,0239
0,05	1,0095	0,10	1,0370

Таблица 3.2

α_0	По (3.16) $\frac{\mu_{см}}{\mu}$	По (3.12) $\frac{\mu_{см}}{\mu}$	$\frac{\mu_{см}(3.16)}{\mu_{см}(3.12)}$	α_0	По (3.16) $\frac{\mu_{см}}{\mu}$	По (3.12) $\frac{\mu_{см}}{\mu}$	$\frac{\mu_{см}(3.16)}{\mu_{см}(3.12)}$
0,02	1,0578	1,0516	1,0059	0,14	1,5749	1,4467	1,0886
0,04	1,1214	1,1068	1,0132	0,18	1,7838	1,6211	1,1004
0,06	1,1936	1,1659	1,0238	0,22	2,1417	1,8245	1,1739
0,08	1,2746	1,2287	1,0373	0,26	2,5338	2,0635	1,2279
0,10	1,3649	1,2963	1,0529	0,30	3,0516	2,3469	1,3003

Из табл. 3.2 видно, что значения $\mu_{см}$, вычисленные по формуле Томаса, несущественно отличаются от таковых, определенных по формуле Эйнштейна при концентрации $\alpha_0 \le \le 10\,\%$; расчеты по формуле Томаса можно вести в значительном диапазоне изменения α_0.

При $0 < \alpha_0 \le 0{,}22$ формулу (3.16) с точностью до 6 % можно записать без последнего слагаемого в круглых скобках формулы (3.16), т.е.

$$\mu_{см} = \mu(1 + 2{,}5\alpha_0 + 10{,}05\alpha_0^2). \qquad (3.17)$$

По (3.5) и (3.17)

$$\mu_{см} = \mu\left[1 + \frac{2{,}5q_т}{q_т + q_ж} + 10{,}05\left(\frac{q_т}{q_т + q_ж}\right)^2\right],$$

или

$$\mu_{см} = \mu\frac{13{,}55q_т^2 + 4{,}5q_т q_ж + q_ж^2}{(q_т + q_ж)^2}. \qquad (3.18)$$

Средняя скорость смеси

$$v_{см} = \frac{4(q_ж + q_т)}{\pi d^2}. \qquad (3.19)$$

Таким образом, по формулам (3.3), (3.11), (3.18) и (3.19) можно записать:

$$\Delta p_{тр} = \frac{0{,}241434 l\mu^{0{,}25}}{g^{0{,}75}d^{4{,}75}}(13{,}55q_т^2 + 4{,}5q_т q_ж + q_ж^2)^{0{,}25} \times$$

$$\times\ (\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т)^{0{,}75}(q_ж + q_т)^{0{,}5}. \qquad (3.20)$$

Следовательно, по формулам (3.1), (3.3) и (3.20) составим следующее выражение для определения перепада давления:

$$\Delta p = \frac{\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т}{q_ж + q_т}l + \frac{0{,}24143 l\mu^{0{,}25}}{g^{0{,}75}d^{4{,}75}}(13{,}55q_т^2 + 4{,}5q_т q_ж + q_ж^2)^{0{,}25} \times$$

$$\times\ (\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т)^{0{,}75}(q_ж + q_т)^{0{,}5}. \qquad (3.21)$$

По формуле (3.21) найдем зависимость $\Delta p = f(q_ж)$ при $\gamma_т = 2{,}40 \cdot 10^4$ Н/м^3, $\gamma_ж = 10^4$ Н/м^3, $q_т = 0{,}0010$ м^3/с, $l = 100$ м и $d = 0{,}05$ м.

Тогда, подставив принятые исходные данные в (3.21), получим

$$\Delta p = \frac{q_{ж} + 0{,}0024}{q_{ж} + 0{,}0010} \cdot 10^6 + 11{,}718 \cdot 10^8 (0{,}00001355 + 0{,}0045 q_{ж} + q_{ж}^2)^{0{,}25} \times$$

$$\times\ (q_{ж} + 0{,}0024)^{0{,}75} (q_{ж} + 0{,}001)^{0{,}5}. \qquad (3.22)$$

В табл. 3.3 приведены значения Δp при различных $q_ж$. Из таблицы видно, что потери давления имеют минимум относительно расхода жидкости $q_ж$. В данном случае оптимальный расход составляет $q_ж = 0{,}0045$ м^3/с, что соответствует концентрации

$$\alpha_0 = \frac{q_т}{q_т + q_ж} = \frac{0{,}001}{0{,}0055} = 0{,}1818.$$

Наличие минимума Δp объясняется тем, что формирование разности давления по концам вертикально восходящего потока происходит за счет двух сил — гравитационной составляющей и сил трения. С увеличением расхода жидкости происходит уменьшение сил тяжести и одновременно нарастают силы трения, а следовательно, при единственном значении $q_ж$ величина Δp достигает минимума.

Представляет интерес найти выражение для определения расхода жидкости, обеспечивающего минимум разности давления. С этой целью воспользуемся условием

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial q_ж} = 0. \qquad (3.23)$$

По формуле (3.21) и условию (3.23) получим:

$$-\frac{q_т(\gamma_т - \gamma_ж)}{(q_ж + q_т)^2} + \frac{0{,}24143\mu^{0{,}25}}{g^{0{,}75} d^{4{,}75}} \left\{ \left[\frac{0{,}50(2{,}25 q_т + q_ж)(\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т)^{0{,}75}}{(13{,}55 q_т^2 + 4{,}5 q_т q_ж + q_ж^2)^{0{,}75}} + \right.\right.$$

$$\left. + \frac{0{,}75\gamma_ж (13{,}55 q_т^2 + 4{,}5 q_т q_ж + q_ж^2)^{0{,}25}}{(\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т)^{0{,}25}} \right] (q_ж + q_т)^{0{,}5} +$$

$$\left. + \frac{0{,}5(13{,}55 q_т^2 + 4{,}5 q_т q_ж + q_ж^2)^{0{,}25} (\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т)^{0{,}75}}{(q_ж + q_т)^{0{,}5}} \right\} = 0$$

Таблица 3.3

$q_ж$, м^3/с	Δp, 10^5 Па	$q_ж$, м^3/с	Δp, 10^5 Па	$q_ж$, м^3/с	Δp, 10^5 Па
0,0030	14,644	0,0040	14,357	0,0050	14,358
0,0032	14,556	0,0042	14,339	0,0052	14,382
0,0034	14,484	0,0044	14,330	0,0054	14,414
0,0036	14,429	0,0046	14,332	0,0056	14,452
0,0038	14,387	0,0048	14,341	0,0058	14,495

или

$$-1+\frac{0,24143\mu^{0,25}}{g^{0,75}d^{4,75}}\frac{(13,55q_{т}^{2}+4q_{т}q_{ж}+q_{ж}^{2})^{0,25}(\gamma_{ж}q_{ж}+\gamma_{т}q_{т})^{0,75}(q_{ж}+q_{т})^{2,5}}{q_{т}(\gamma_{т}-\gamma_{ж})}\times$$

$$\times\left(\frac{1,125q_{т}+0,5q_{ж}}{13,55q_{т}^{2}+4,5q_{т}q_{ж}+q_{ж}^{2}}+\frac{0,75\gamma_{ж}}{\gamma_{ж}q_{ж}+\gamma_{т}q_{т}}+\frac{0,5}{q_{ж}+q_{т}}\right)=0. \qquad (3.24)$$

Приведем выражение (3.24) к "безразмерному" виду:

$$-1+\frac{A}{\gamma_{т}^{*}-1}(13,55+4q_{ж}^{*}+q_{ж}^{*2})^{0,25}(q_{ж}^{*}+\gamma_{т}^{*})^{0,75}(1+q_{ж}^{*})^{1,5}\times$$

$$\times\left[\frac{1,125+0,5q_{ж}^{*})(1+q_{ж}^{*})}{13,55+4,5q_{ж}^{*}+q_{ж}^{*2}}+\frac{0,75(1+q_{ж}^{*})}{q_{ж}^{*}+\gamma_{т}^{*}}+0,5\right]=0, \qquad (3.25)$$

где $A=\dfrac{0,24143\mu^{0,25}q_{т}^{1,75}}{\gamma_{ж}^{0,25}g^{0,75}d^{4,75}}$; $q_{ж}^{*}=\dfrac{q_{ж}}{q_{т}}$; $\gamma_{т}^{*}=\dfrac{\gamma_{т}}{\gamma_{ж}}$.

Таким образом, при заданных A и $\gamma_{т}^{*}$ по трансцендентному уравнению (3.25) методом последовательных приближений (метод итераций) можно найти значения $q_{ж}^{*}$ и построить зависимость $q_{ж}^{*}=f(A,\ \gamma_{т}^{*})$.

Однако, прежде чем проводить эти расчеты, целесообразно убедиться в достоверности формулы (3.21); для этого необходимо сопоставить получаемые по расчету значения Δp с соответствующими экспериментальными данными.

В работе [23] приведены результаты экспериментальных исследований по определению Δp при закачке полидисперсной гидросмеси, состоящей из железной руды и воды, по трубам длиной 15,6 м и диаметрами 0,15; 0,20 и 0,30 м. В качестве жидкой фазы использовалась вода, т.е. удельный вес жидкости и твердой фазы составлял

$\gamma_{ж}=10^{4}$ Н/м^{3}; $\gamma_{т}=3{,}4\cdot10^{4}$ Н/м^{3}; $\mu=10^{-3}$ Па·с.

Ниже приводится гранулометрический состав железных руд, использованных в эксперименте.

Крупность класса, мм	Частный выход класса по весу, %
50	7,10
25—50	20,20
12—25	12,60
8—12	5,85
6—8	5,70
3—6	11,15
0,053—3	19,85
0—0,053	17,55

Для удобства расчета подставим исходные данные в (3.21). Тогда можно записать:

$$\Delta p = 156\ 000\frac{q_ж + 3{,}4q_т}{q_ж + q_т} + \frac{120{,}827}{d^{4{,}75}}(13{,}55q_т^2 + 4q_т q_ж + q_ж^2)^{0{,}25} \times$$

$$\times\ (q_ж + 3{,}4q_т)^{0{,}75}(q_ж + q_т)^{0{,}5}. \qquad (3.26)$$

В табл. 3.4 приведены результаты расчетов по формуле (3.26) и соответствующие значения Δp, полученные замерами.

Таблица 3.4

α_0	$q_ж$, м^3/с	$q_т$, м^3/с	$Re_{см}$	Δp, 10^5 Па		Δ, %
				по (3.26)	по замеру	
			D = 150 м			
0,004	0,05876	0,000236	511 202	1,6456	1,639	0,41
0,008	0,05654	0,000456	494 391	1,6570	1,752	5,42
0,015	0,08471	0,001290	747 000	1,7562	1,802	2,54
0,019	0,09614	0,001862	851 067	1,8089	1,720	5,17
0,020	0,09408	0,001920	833 664	1,8067	1,859	2,81
0,023	0,08500	0,002001	755 115	1,7918	1,817	1,39
0,026	0,03799	0,001014	338 531	1,6934	1,761	3,84
0,029	0,05049	0,001508	451 072	1,7285	1,7850	3,16
0,031	0,09399	0,003007	823 336	1,8555	1,8590	0,19
0,033	0,05903	0,00208	529 598	1,7677	1,7800	0,69
0,035	0,07430	0,002695	643 534	1,8120	1,8170	0,28
0,036	0,05880	0,002200	528 166	1,7750	1,7790	0,19
0,037	0,06645	0,002553	585 909	1,7987	1,7610	2,14
0,038	0,06253	0,002470	551 737	1,7928	1,8350	2,30
0,039	0,08745	0,003549	787 063	1,8695	1,8120	3,17
0,040	0,08736	0,003640	787 071	1,8736	1,8830	0,50
0,042	0,09101	0,003990	820 656	1,8947	1,9040	0,49
0,043	0,08709	0,004095	787 348	1,8944	1,8980	0,19
0,045	0,08404	0,00396	759 128	1,8927	1,9050	0,64
0,046	0,04384	0,002162	396 638	1,7864	1,8200	1,85
0,047	0,08863	0,004371	801 462	1,9088	1,9330	1,25
0,050	0,03230	0,001700	292 525	1,7771	1,8836	5,65
0,050	0,09310	0,004900	843 162	1,9380	1,9750	1,91
0,054	0,08690	0,004914	772 842	1,9337	1,9660	1,64
0,066	0,08032	0,005676	717 840	1,9542	2,0100	2,78
0,070	0,08835	0,006650	805 660	2,0113	2,0630	2,51
0,070	0,04000	0,003010	364 752	1,8676	1,9510	4,27
0,072	0,07795	0,006048	711 106	1,9655	2,042	3,75
0,097	0,07946	0,008530	743 411	2,0990	2,1810	3,71
0,100	0,07650	0,008500	698 575	2,1010	2,1890	4,02
0,105	0,07697	0,009030	702 434	2,1251	2,2140	4,02
0,133	0,07369	0,011305	667 889	2,2379	2,2680	1,36
0,176	0,05026	0,010736	447 173	2,3299	2,5360	8,12
			D = 200 м			
0,043	0,12441	0,00559	841 875	1,7994	1,8190	1,08
0,046	0,05342	0,00258	362 131	1,7530	1,8130	3,31
0,047	0,11817	0,00583	861 454	1,8089	1,8350	1,42
0,050	0,08645	0,00455	587 204	1,7907	1,8240	1,82
0,051	0,10154	0,00546	690 050	1,8078	1,8410	1,80
0,057	0,13485	0,00844	920 590	1,8192	1,9260	5,54
0,059	0,08187	0,00513	547 564	1,7969	1,8730	4,06
0,071	0,08082	0,00618	552 881	1,8674	1,9470	4,09
0,073	0,06304	0,00496	431 366	1,8600	1,981	6,11
0,076	0,09979	0,00821	683 224	1,9051	1,983	3,93

Продолжение табл. 3.4

α_0	$q_ж$, м^3/с	$q_т$, м^3/с	$Re_{см}$	Δp, 10^5 Па		Δ, %
				по (3.26)	по замеру	
0,078	0,08575	0,00725	587 201	1,8993	1,984	4,27
0,080	0,10304	0,00896	705 815	1,9257	2,007	4,05
0,139	0,09299	0,01501	630 756	2,1495	2,332	7,83
D = 300 м						
0,028	0,05929	0,001708	264 623	1,6679	1,797	7,18
0,031	0,17926	0,005735	820 012	1,6976	1,729	1,82
0,033	0,09573	0,003267	428 976	1,6899	1,823	7,30
0,034	0,21445	0,007548	961 967	1,7156	1,744	1,63
0,039	0,24602	0,00998	1 107 090	1,7431	1,768	1,41
0,042	0,20405	0,00895	991 996	1,7441	1,768	1,35
0,045	0,23111	0,01089	1 043 802	1,7621	1,797	1,94
0,048	0,23038	0,011612	1 042 168	1,7627	1,819	3,09
0,071	0,26384	0,02016	1 203 204	1,8406	1,933	4,70
0,075	0,24975	0,02025	1 139 772	1,8852	1,960	3,82
0,079	0,19617	0,01683	895 724	1,8854	2,005	5,96
0,164	0,29678	0,05822	1 327 974	2,2608	2,457	7,93

Из табл. 3.4 видно, что при 260 000 ≤ $Re_{см}$ ≤ 1 320 000 и 0 < < α_0 ≤ 17,6 % расхождение между значениями Δp, получаемыми по замеру и по расчету, не превышает 8 %.

Определение расхода жидкости, обеспечивающего минимум перепада давления, имеет большое практическое значение. Указанный расход рассчитывают по трансцендентному уравнению (3.25).

Для оперативного нахождения оптимального расхода, а по уравнению (3.25) были проведены расчеты, результаты которых сведены в табл. 3.5.

Таблица 3.5

$q_ж$	Значения A при $\gamma_т^*$					
	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4
1,0	0,08511	0,09529	0,10506	0,11444	0,12348	0,13217
1,5	0,04927	0,05533	0,06118	0,06683	0,07229	0,07758
2,0	0,03122	0,03513	0,03893	0,04261	0,04618	0,04965
2,5	0,02110	0,02378	0,02640	0,02894	0,03141	0,03382
3,0	0,01497	0,01690	0,01878	0,02061	0,02240	0,02415
3,5	0,01103	0,01246	0,01386	0,01523	0,01657	0,01788
4,0	0,00838	0,00947	0,01055	0,01160	0,01263	0,01364
4,5	0,00652	0,00738	0,00823	0,00905	0,00987	0,01066
5,0	0,00519	0,00587	0,00655	0,00721	0,00786	0,00851
5,5	0,00420	0,00476	0,00531	0,00585	0,00638	0,00690
6,0	0,00345	0,00391	0,00436	0,00481	0,00520	0,00560
6,5	0,00287	0,00325	0,00363	0,00401	0,00434	0,00474
7,0	0,00249	0,00274	0,00306	0,00338	0,00366	0,00400
7,5	0,00205	0,00233	0,00261	0,00288	0,00312	0,00341
8,0	0,00176	0,00200	0,00224	0,00247	0,00268	0,00293
8,5	0,00153	0,00173	0,00194	0,00214	0,00232	0,00254

П р о д о л ж е н и е т а б л. 3.5

$q_ж$	Значения A при $\gamma_т^*$					
	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4
9,0	0,00133	0,00151	0,00169	0,00187	0,00203	0,00221
9,5	0,00117	0,00134	0,00148	0,00168	0,00178	0,00194
10,0	0,00103	0,00117	0,00131	0,00145	0,00157	0,00173
10,5	0,00091	0,00104	0,00116	0,00128	0,00140	0,00152
11,0	0,00081	0,00092	0,00103	0,00114	0,00125	0,00136
11,5	0,00073	0,00083	0,00083	0,00102	0,00112	0,00122
12,0	0,00065	0,00074	0,00083	0,00092	0,00101	0,00110
12,5	0,00059	0,00067	0,00075	0,00083	0,00091	0,00099
13,0	0,00054	0,00061	0,00068	0,00076	0,00083	0,00090
13,5	0,00049	0,00055	0,00062	0,00069	0,00075	0,00089
14,0	0,00044	0,00051	0,00057	0,00063	0,00069	0,00075
14,5	0,00041	0,00046	0,00052	0,00057	0,00063	0,00068
15,0	0,00037	0,00042	0,00048	0,00053	0,00058	0,00063

Табл. 3.5 следует пользоваться так: при заданных значениях μ, $q_т$, $\gamma_ж$, $\gamma_т$, d определяют A и $\gamma_т^*$, что позволяет найти $q_ж^*$, а значит, и $q_ж = q_ж^* q_т$.

Покажем изложенное на конкретном примере. Пусть $\mu = 10^{-3}$ Па·с, $q_т = 0{,}001$ м^3/с, $\gamma_ж = 10^4$ Н/м^3, $\gamma_т = 2{,}4 \cdot 10^4$ Н/м^3, $d = 0{,}05$ м.

Тогда

$$A = \frac{0{,}24143 \cdot 0{,}177828 \cdot 5{,}62 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 5{,}5431 \cdot 0{,}661 \cdot 10^{-6}} = 0{,}00658, \quad \gamma_т^* = \frac{2{,}4 \cdot 10^4}{10^4} = 2{,}4.$$

По табл. 3.5 находим, что вычисленным A и $\gamma_т^*$ соответствует $q_ж^* = 4{,}5$ или $q_ж = 4{,}5 \cdot 0{,}001 = 0{,}0045$ м^3/с, что совпадает со значением $q_ж$, найденным по расчету, приведенному в табл. 3.3.

Из изложенного следует, что формулу (3.26) и уравнение (3.25) или табл. 3.5 можно рекомендовать для проведения гидравлических расчетов при движении полидисперсных гидросмесей в вертикальных трубах.

Для того, чтобы рекомендовать указанные соотношения для расчетов других видов гидросмесей, необходимо провести аналогичные сопоставления с соответствующими экспериментальными исследованиями.

При решении данной задачи главную трудность представляет определение потерь давления на трение $\Delta p_{тр}$. В литературе известны различные формулы для расчета этой величины.

В случае, когда средняя скорость смеси $v_{см}$ выше критической $v_{кр}$, в работе [16] значение $\Delta p_{тр}$ предлагается определять так:

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\gamma_{см} l} = \frac{\Delta p_0}{\gamma_ж l} c_0 \frac{\lambda_{1с}}{\lambda_0}\left[1 + \frac{\gamma_т - \gamma_ж}{\gamma_ж}(\alpha_с + \alpha_1)\right], \quad (3.27)$$

где c_0 — эмпирический коэффициент, c_0 = 1,2—1,8; $\alpha_с$ и α_1 — объемная концентрация в гидросмеси соответственно тончайших (0—0,074 мм) и тонких (0,074—0,15 мм) фракций; $\lambda_{1с}$ — коэффициент гидравлических сопротивлений при движении смеси. Согласно [16]

$$\lambda_{1с} = \frac{1}{(1,8 \lg \mathrm{Re}_{см} - 1,52)^2}. \quad (3.28)$$

Здесь Δp_0 — потери давления при движении однородной жидкости.

Формулой (3.27) рекомендуется пользоваться при v = = $(1,15-1,20)v_{кр}$.

Под критической скоростью понимается такое значение $v_{кр}$, при котором не происходит движения твердых частиц в обратном направлении.

При скоростях движения $v > 1,2v_{кр}$ расчеты предлагается вести по формуле

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\gamma_{см} l} = \frac{\Delta p_0}{\gamma_ж l} c_0 \frac{\lambda_{1с}}{\lambda_0}\left(1 + \frac{\gamma_т - \gamma_ж}{\gamma_ж}\alpha_0\right). \quad (3.29)$$

Следует отметить, что формулами (3.27) и (3.29) нельзя пользоваться на стадии проектирования, так как необходимо предварительно провести экспериментальные исследования и определить c_0. Не совсем также понятно, почему в указанных зависимостях учитывается только концентрация тончайших и тонких фракций.

При содержании в смеси тонкодисперсных фракций до 20 % расчеты предлагается вести по формуле А.Е. Смолдырева [16]

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\gamma_{см} l} = \frac{\Delta p_0}{\gamma_ж l}\left(1 + \frac{\gamma_т - \gamma_ж}{\gamma_ж}\alpha_0\right)$$

или

$$\Delta p_{тр} = \Delta p_0 \frac{\gamma_{см}}{\gamma_ж}\left(1 + \frac{\gamma_т - \gamma_ж}{\gamma_ж}\alpha_0\right). \quad (3.30)$$

По формулам (3.7) Дарси — Вейсбаха и Блазиуса выражение (3.30) можно переписать так:

$$\Delta p_{\text{тр}} = \frac{0{,}1582\mu^{0,25} l v^{1,75}}{g^{0,75} d^{1,75}} \frac{\gamma_{\text{ж}}(1-\alpha_0)+\gamma_{\text{т}}\alpha_0}{\gamma_{\text{ж}}^{0,25}}\left(1+\frac{\gamma_{\text{т}}-\gamma_{\text{ж}}}{\gamma_{\text{ж}}}\alpha_0\right),$$

или

$$\Delta p_{\text{тр}} = \frac{0{,}1582\mu^{0,25} l \gamma_{\text{ж}}^{0,75} v^{1,75}}{g^{0,75} d^{1,25}}\left(1-\alpha_0+\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}\alpha_0\right)\left(1+\frac{\gamma_{\text{т}}-\gamma_{\text{ж}}}{\gamma_{\text{ж}}}\alpha_0\right). \tag{3.31}$$

Так как

$$v = \frac{4q_{\text{ж}}}{\pi d^2},$$

то формулу (3.31) можно представить в следующем виде:

$$\Delta p_{\text{тр}} = \frac{0{,}24143\mu^{0,25} l \gamma_{\text{ж}}^{0,75} q_{\text{ж}}^{1,75}}{g^{0,75} d^{4,75}}\left(1-\alpha_0+\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}\alpha_0\right)\left(1+\frac{\gamma_{\text{т}}-\gamma_{\text{ж}}}{\gamma_{\text{ж}}}\alpha_0\right). \tag{3.32}$$

Выражение (3.20) приведем к виду

$$\Delta p_{\text{тр}} = \frac{0{,}24143\mu^{0,25} l \gamma_{\text{ж}}^{0,75} q_{\text{ж}}^{1,75}}{g^{0,75} d^{4,75}(1-\alpha_0)}\left(1+2{,}5\alpha_0+10{,}05\alpha_0^2\right)^{0,25}\times$$

$$\times\left(1+\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}\frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\right)^{0,75}. \tag{3.33}$$

Для того, чтобы определить величину расхождения между значениями $\Delta p_{\text{тр}}$, рассчитанными по формулам (3.33) и (3.32), найдем

$$\Delta = \frac{\Delta p_{\text{тр (3.33)}}}{\Delta p_{\text{тр (3.32)}}},$$

где $\Delta p_{\text{тр (3.33)}}$ и $\Delta p_{\text{тр (3.32)}}$ — потери давления на трение, вычисленные по формулам (3.33) и (3.32).

Значит,

$$\Delta = \frac{\left(1+2{,}5\alpha_0+10{,}05\alpha_0^2\right)^{0,25}\left(1+\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}\frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\right)^{0,75}}{(1-\alpha_0)\left[1+\left(\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}-1\right)\alpha_0\right]^2}. \tag{3.34}$$

В табл. 3.6 приведены значения Δ при различных α_0 и $\gamma_{\text{т}}/\gamma_{\text{ж}}$.

Таблица 3.6

α_0	Значения Δ при различных $\gamma_т/\gamma_ж$					
	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6
0,04	1,0216	1,0120	1,0027	0,9934	0,9844	0,9755
0,06	1,0370	1,0230	1,0093	0,9960	0,9829	0,9702
0,08	1,0555	1,0370	1,0192	1,0019	0,9851	0,9688
0,10	1,0768	1,0540	1,0321	1,0110	0,9906	0,9710
0,12	1,1009	1,0743	1,0484	1,0235	0,9997	0,9769
0,14	1,1279	1,0965	1,0666	1,0381	1,0110	0,9851
0,16	1,1570	1,1219	1,0880	1,0559	1,0255	0,9966
0,17	1,1738	1,1357	1,0998	1,0659	1,0339	1,0035
0,18	1,1906	1,1503	1,1123	1,0766	1,0429	1,0110
0,19	1,2082	1,1656	1,1256	1,0880	1,0527	1,0193
0,20	1,2265	1,1816	1,1395	1,1001	1,0631	1,0282
0,21	1,2457	1,1984	1,1543	1,1130	1,0743	1,0379
0,22	1,2657	1,2160	1,1698	1,1266	1,0862	1,0483

Расчеты, приведенные в табл. 3.6, ограничены $\alpha_0 = 0{,}22$, так как соотношение (3.22) основано на упрощенной формуле Томаса (3.17), которая рекомендована в диапазоне $0 \le \alpha_0 \le 0{,}22$.

Представляет интерес составить соответствующее выражение для определения $\Delta p_{тр}$, основываясь на точной формуле Томаса, и провести сравнительные расчеты с соотношением (3.32).

По выражениям (3.7), (3.11) и (3.16) получим следующее соотношение для определения потерь давления на трение:

$$\Delta p_{тр} = \frac{0{,}24143 \mu^{0{,}25} l \gamma_ж^{0{,}75} q_ж^{1{,}75}}{g^{0{,}75} d^{4{,}75} (1-\alpha_0)} (1 + 2{,}5\alpha_0 + 10{,}05\alpha_0^2 + 0{,}00273\mathbf{e}^{16{,}6\alpha_0})^{0{,}25} \times$$

$$\times \left(1 + \frac{\gamma_т}{\gamma_ж} \frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\right)^{0{,}75}. \qquad (3.35)$$

Тогда по формулам (3.35) и (3.32) можем записать:

$$\Delta_1 = \frac{(1 + 2{,}5\alpha_0 + 10{,}05\alpha_0^2 + 0{,}00273\mathbf{e}^{16{,}6\alpha_0})^{0{,}25}}{(1-\alpha_0)^{1{,}75} \left[1 + \left(\frac{\gamma_т}{\gamma_ж} - 1\right)\alpha_0\right]^{1{,}25}}, \qquad (3.36)$$

где $\Delta_1 = \dfrac{\Delta p_{тр\,(3.35)}}{\Delta p_{тр\,(3.32)}}$.

В табл. 3.7 приведены результаты расчетов Δ_1 по формуле (3.36) при различных α_0 и $\gamma_т/\gamma_ж$.

Из табл. 3.6 и 3.7 видно, что значения Δ и Δ_1 возрастают по мере увеличения концентрации твердой фазы α_0.

Таблица 3.7

α_0	Δ_1 при различных $\gamma_т/\gamma_ж$					
	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6
0,04	1,0228	1,0133	1,0039	0,9947	0,9856	0,9767
0,06	1,0387	1,0246	1,0191	0,9975	0,9845	0,9717
0,08	1,0576	1,0392	1,0213	1,0039	0,9871	0,9708
0,10	1,0780	1,0568	1,0348	1,0137	0,9933	0,9736
0,12	1,1047	1,0775	1,0515	1,0266	1,0028	0,9799
0,14	1,1329	1,1014	1,0713	1,0427	1,0155	0,9895
0,16	1,1637	1,1284	1,0944	1,0621	1,0315	1,0024
0,17	1,1795	1,1447	1,1085	1,0744	1,0420	1,0114
0,18	1,1968	1,1589	1,1207	1,0847	1,0575	1,0186
0,19	1,2106	1,1756	1,1352	1,0973	1,0617	1,0280
0,20	1,2385	1,1932	1,1507	1,1109	1,0735	1,0383
0,21	1,2569	1,2118	1,1671	1,1254	1,0862	1,0495
0,22	1,2700	1,2314	1,1846	1,1408	1,0999	1,0616
0,23	1,3051	1,2523	1,2031	1,1574	1,1147	1,0747
0,24	1,3300	1,2743	1,2229	1,1750	1,1305	1,0889
0,25	1,3559	1,2976	1,2438	1,1939	1,1474	1,1011
0,26	1,3834	1,3225	1,2661	1,2140	1,1656	1,1206
0,27	1,4126	1,3487	1,2899	1,2355	1,1851	1,1383
0,28	1,4512	1,3767	1,3152	1,2585	1,2060	1,1574
0,29	1,4764	1,4065	1,3422	1,2831	1,2285	1,1779
0,30	1,5114	1,4382	1,3711	1,3094	1,2526	1,2001

Такой результат является вполне закономерным, так как в формуле (3.30), а значит, и (3.32) $\Delta p_{тр}$ определяется в зависимости от Δp_0 и, следовательно, от коэффициента динамической вязкости для однородной жидкости.

Отметим, что формула по своей структуре, похожая на (3.30), была ранее предложена Дюраном и имеет вид:

$$\Delta p_{тр} = \Delta p_0 \frac{\gamma_{см}}{\gamma_{ж}} (1 + \varphi \alpha_0), \tag{3.37}$$

где φ — коэффициент пропорциональности, зависящий от крупности транспортируемого материала, а также от скорости смеси и диаметра трубопровода.

После обработки результатов экспериментальных исследований Дюраном было получено выражение

$$\Delta p_{тр} = \Delta p_0 \frac{\gamma_{см}}{\gamma_{ж}} \left[1 + \alpha_0 K \left(\frac{\sqrt{gD}}{v_{см}} \right)^3 \left(\frac{u_*}{\sqrt{g d_{ср}}} \right)^{1,5} \right], \tag{3.38}$$

где K — коэффициент пропорциональности; u_* — гидравлическая крупность; $v_{см}$ — скорость движения смеси; $d_{ср}$ — средневзвешенный диаметр частицы

$$d_{ср} = \frac{1}{100}\sum_{i=1}^{i=n} d_i q_i.$$

Здесь q_i — массовое процентное содержание частиц средним диаметром d_i.

Формулой (3.38) невозможно пользоваться на стадии проектирования, так как K определяется из эксперимента.

А.П. Юфиным [24] было предложено следующее выражение для определения потерь давления при восходящем движении гидросмеси в вертикальной трубе:

$$\Delta p_{тр} = \Delta p_0 \frac{\gamma_{см}}{\gamma_{ж}}\left[1 + 9{,}0625\frac{\pi^2 \alpha D^5 \sqrt{gD}\, v_s}{(q_{т} + q_{ж})^2}\right], \qquad (3.39)$$

где Δp_0 — потери давления при движении воды в трубе; v_s — скорость свободного осаждения частиц; α — концентрация твердых частиц в жидкости.

В случае обтекания при Re > 1500 значение v_s определяется по формуле

$$v_s = 0{,}6639\sqrt{\frac{d_{т}(\gamma_{т} - \gamma)g}{\gamma}}. \qquad (3.40)$$

Согласно формуле Дарси — Вейсбаха

$$\Delta p_0 = \frac{8\lambda\gamma_{ж} l q_{ж}^2}{\pi^2 g D^5}. \qquad (3.41)$$

В работе [14] коэффициент гидравлических сопротивлений предлагается определять как

$$\lambda = 0{,}004843 + 0{,}426321\left(\frac{\pi D \nu_{ж}}{4 q_{ж}}\right)^{0{,}3}. \qquad (3.42)$$

В соответствии с данными о крупности твердых частиц средневзвешенный диаметр гидросмеси, для которой составлена табл. 3.4, $d_{т}$ = 0,01518 м.

По формулам (3.39) — (3.42) найдем Δp при D = 0,150 м, l = 15,6 м, $\nu_{ж} = 10^{-6}$ м²/с, $\gamma_{ж} = 10^4$ Н/м³, $\gamma_{т} = 3{,}4\cdot 10^4$ Н/м³, т.е. при тех же исходных данных, по которым была рассчитана табл. 3.4.

По формуле (3.40)

v_s = 0,3969 м/с;

$$\mathrm{Re}_{т} = \frac{v_s d_{т}}{\nu_{ж}} = 6024{,}9.$$

Таблица 3.8

Δp, 10^5 Па	$\Delta p/\Delta p_{эксп}$	Δp, 10^5 Па	$\Delta p/\Delta p_{эксп}$	Δp, 10^5 Па	$\Delta p/\Delta p_{эксп}$	Δp, 10^5 Па	$\Delta p/\Delta p_{эксп}$
1,6532	1,0087	1,8716	1,0068	1,9081	1,0021	1,9693	0,9797
1,6639	0,9497	1,7700	0,9944	1,8978	0,9999	2,0158	0,9771
1,7724	0,9836	1,8215	1,0025	1,8953	0,9949	1,8726	0,9598
1,8297	1,0638	1,7814	1,0013	1,7863	0,9815	1,9864	0,9728
1,8263	0,9824	1,8062	1,0257	1,9202	1,0067	2,0944	0,9603
1,8068	0,9944	1,7993	0,9805	1,7807	0,9454	2,0958	0,9574
1,6964	0,9633	1,8823	1,0388	1,9500	0,9873	2,1180	0,9566
1,7335	0,9711	1,8863	1,0017	1,9432	1,0037	2,2044	0,9720

Так как $\mathrm{Re}_т > 1500$, то подсчитанное значение v_s принимается.

Согласно (3.39)

$$\Delta p_{тр} = \Delta p_0 (1 + 2{,}4\alpha)\left[1 + \frac{0{,}00327\alpha}{(q_т + q_ж)^2}\right]. \qquad (3.43)$$

По выражению (3.41)

$$\Delta p_0 = 1697{,}59 \cdot 10^5 \lambda q_ж^2. \qquad (3.44)$$

В соответствии с (3.42)

$$\lambda = 0{,}004843 + \frac{0{,}003557}{q_ж^{0,3}}. \qquad (3.45)$$

Имеем также

$$\gamma_{см} l = 15{,}6 \cdot 10^4 (1 + 2{,}4\alpha). \qquad (3.46)$$

Очевидно, что

$$\Delta p = \gamma_{см} l + \Delta p_{тр}. \qquad (3.47)$$

По формулам (3.43) — (3.47) были проведены расчеты по определению Δp (табл. 3.8). В этой таблице приведено отношение Δp к перепаду давления, установленному экспериментально, $\Delta p_{эксп}$, значения которого заимствованы из табл. 3.4.

Из сравнения данных табл. 3.4 и 3.8 видно, что результаты, полученные по формулам (3.26) и А.П. Юфина, близки между собой и незначительно отличаются от $\Delta p_{эксп}$. Такие же результаты получаются и при d = 0,2 м, а также d = 0,3 м.

5 ГИДРОТРАНСПОРТ С ПОМОЩЬЮ ЭРЛИФТА

В некоторых случаях гидротранспорт гидросмесей целесообразно осуществлять эрлифтом. С этой целью по воздухопроводу в смеситель подается сжатый воздух, который далее, смешавшись с гидросмесью, поступает в подъемные трубы. Требуется определить давление у башмака подъемных труб в зависимости от расхода жидкости, твердой фазы и воздуха.

Задачу будем решать для случая, когда разность между средними скоростями жидкости и твердой фазы равна нулю.

Известно, что для решения задачи по движению аэрированной жидкости пользуются объемной концентрацией газа в смеси газ — жидкость

$$\varphi = \frac{V_г}{V_г + V_ж},$$

где $V_ж$ — объем жидкости; $V_г$ — объем газа при данном давлении.

Согласно А.А. Арманду, С.Г. Телелетову и др., объемное газосодержание при движении водовоздушной смеси в вертикальных трубах определяется так:

при значении параметра Фруда Fr > 3,72

$$\varphi = 0{,}81\beta. \tag{5.1}$$

Здесь

$$\mathrm{Fr} = \frac{v_ж^2}{gd(1-\beta)^2}; \tag{5.2}$$

β — расходное газосодержание:

$$\beta = \frac{q_г}{q_г + q_ж}, \tag{5.3}$$

где $q_ж$ и $q_г$ — расход жидкости и газа при данном давлении.

При изотермическом расширении идеального газа

$$q_г = q_а \frac{p_а}{p}, \tag{5.4}$$

где $p_а$ — атмосферное давление; p — давление в данном сечении; $q_а$ — расход газа при нормальных условиях.

Таким образом, по (5.1), (5.3) и (5.4) получим

$$\varphi = \frac{0,81 q_а p_а}{q_а p_а + q_ж p}. \tag{5.5}$$

При Fr < 3,72 расчеты по определению истинной концентрации проводятся так:

$$\varphi = \frac{2,2\sqrt{\mathrm{Fr}}}{1 + 2,2\sqrt{\mathrm{Fr}}}\beta. \tag{5.6}$$

Если считать, что скорость смеси жидкости и твердой фазы составляет $v_{см.т} = 3$ м/с, то, приняв $v_{см.т} = v_{см}$, и при $d = 0,15$ м получим

$\mathrm{Fr}_{см} = 6,12.$

Значит, в рассматриваемой задаче объемную (истинную) концентрацию будем находить по формуле (5.5).

Таким образом, дифференциально малое значение гравитационной составляющей при движении водовоздушной смеси можно определить из выражения

$$dp_G = [\gamma_ж(1 - \varphi) + \gamma_г\varphi]dx, \tag{5.7}$$

где $\gamma_ж$ и $\gamma_г$ — удельный вес соответственно жидкости и газа при данном давлении.

Так как второе слагаемое в квадратных скобках намного меньше первого, то с высокой точностью имеем:

$$dp_G = \gamma_ж(1 - \varphi)dx. \tag{5.8}$$

Тогда по (5.5) и (5.8)

$$dp_G = \gamma_ж \frac{0,19 q_а p_а + q_ж p}{q_а p_а + q_ж p} dx. \tag{5.9}$$

Очевидно, что для определения гравитационной составляющей газированной гидросмеси необходимо заменить в (5.9) $\gamma_ж = \gamma_{см}$ ($\gamma_{см}$ — удельный вес гидросмеси). Тогда по (3.8) и (5.9) можем записать:

$$dp_G = \frac{\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т}{q_т + q_ж} \frac{0,19 q_а p_а + q_ж p}{q_а p_а + q_ж p} dx. \tag{5.10}$$

Известно, что потери давления на трение при движении водовоздушной смеси на дифференциально малом участке длиной dx в вертикальной трубе при $\beta < 0,9$ определяются [1, 2] по формуле

$$dp_{\text{тр}} = dp_{\text{тр } 0} \frac{1}{(1-\varphi)^{1,53}}, \tag{5.11}$$

где $dp_{\text{тр } 0}$ — потери давления на трение на дифференциально малом участке dx при движении однородной жидкости.

Согласно формулам Дарси — Вейсбаха и Блазиуса

$$dp_{\text{тр } 0} = \frac{0,241434\mu^{0,25}\gamma_{\text{ж}}^{0,75}q_{\text{ж}}^{1,75}}{g^{0,75}d^{4,75}}dx. \tag{5.12}$$

Значит, по (5.5), (5.11) и (5.12)

$$dp_{\text{тр}} = \frac{0,241434\mu^{0,25}\gamma_{\text{ж}}^{0,75}q_{\text{ж}}^{1,75}}{g^{0,75}d^{4,75}}\left(\frac{q_{\text{а}}p_{\text{а}} + q_{\text{ж}}p}{0,19q_{\text{а}}p_{\text{а}} + q_{\text{ж}}p}\right)^{1,53}dx. \tag{5.13}$$

Для того, чтобы использовать формулу (5.13) в случае движения аэрированной гидросмеси, положим $q_{\text{ж}}^{1,75} = (q_{\text{ж}} + q_{\text{т}})^{1,75}$, а также $\mu = \mu_{\text{см}}$, $\gamma_{\text{ж}} = \gamma_{\text{см}}$. Тогда, пользуясь выражениями (3.8), (3.16), запишем:

$$dp_{\text{тр}} = \frac{0,241434\mu_{\text{ж}}^{0,25}}{g^{0,75}d^{4,75}}\left[1 + \frac{2,5q_{\text{т}}}{q_{\text{т}} + q_{\text{ж}}} + 10,05\left(\frac{q_{\text{т}}}{q_{\text{т}} + q_{\text{ж}}}\right)^2 + 0,00273e^{\frac{16,6q_{\text{т}}}{q_{\text{т}}+q_{\text{ж}}}}\right]^{0,25} \times$$

$$\times \left(\frac{\gamma_{\text{ж}}q_{\text{ж}} + \gamma_{\text{т}}q_{\text{т}}}{q_{\text{ж}} + q_{\text{т}}}\right)^{0,75}(q_{\text{ж}} + q_{\text{т}})^{1,75}\left(\frac{q_{\text{а}}p_{\text{а}} + q_{\text{ж}}p}{0,19q_{\text{а}}p_{\text{а}} + q_{\text{ж}}p}\right)^{1,53}dx. \tag{5.14}$$

Очевидно, что уравнение равновесия для дифференциально малого объема, ограниченного диаметром труб и длиной dx, запишем в следующем виде:

$dp = dp_G + dp_{\text{тр}}$.

Значит, по (5.10) и (5.14) можем составить дифференциальное уравнение

$$dp = \left\{\frac{\gamma_{\text{ж}}q_{\text{ж}} + \gamma_{\text{т}}q_{\text{т}}}{q_{\text{ж}} + q_{\text{т}}}\,\frac{0,19q_{\text{а}}p_{\text{а}} + q_{\text{ж}}p}{q_{\text{а}}p_{\text{а}} + q_{\text{ж}}p} + \frac{0,241434\mu_{\text{ж}}^{0,25}}{g^{0,75}d^{4,75}}\left[1 + \frac{2,5q_{\text{т}}}{q_{\text{т}} + q_{\text{ж}}} + \right.\right.$$

$$\left. + 10,05\left(\frac{q_{\text{т}}}{q_{\text{т}} + q_{\text{ж}}}\right)^2 + 0,00273e^{\frac{16,6q_{\text{т}}}{q_{\text{т}}+q_{\text{ж}}}}\right]^{0,25}\left(\frac{\gamma_{\text{ж}}q_{\text{ж}} + \gamma_{\text{т}}q_{\text{т}}}{q_{\text{ж}} + q_{\text{т}}}\right)^{0,75}(q_{\text{ж}} + q_{\text{т}})^{1,75} \times$$

$$\left. \times \left(\frac{q_{\text{а}}p_{\text{а}} + q_{\text{ж}}p}{0,19q_{\text{а}}p_{\text{а}} + q_{\text{ж}}p}\right)^{1,53}\right\}dx.$$

Следовательно, разделив переменные, получим:

$$\gamma_{ж} l = \int\limits_{p_а}^{p_{баш}} \frac{dp}{a\dfrac{0{,}19q_а p_а + q_ж p}{q_а p_а + q_ж p} + b\left(\dfrac{q_а p_а + q_ж p}{0{,}19q_а p_а + q_ж p}\right)^{1{,}53}}, \tag{5.15}$$

где $a = \dfrac{q_ж + q_т \dfrac{\gamma_т}{\gamma_ж}}{q_ж + q_т}$;

$$b = \frac{0{,}241434\mu_ж^{0{,}25}}{\gamma_ж^{0{,}25} g^{0{,}75} d^{4{,}75}}\left[1 + \frac{2{,}5q_т}{q_т + q_ж} + 10{,}05\left(\frac{q_т}{q_т + q_ж}\right)^2 + 0{,}00273e^{\frac{16{,}6q_ж}{q_т + q_ж}}\right]^{0{,}25} \times$$

$$\times \left(q_ж + \frac{\gamma_т}{\gamma_ж} q_т\right)^{0{,}75} (q_ж + q_т).$$

Выражение (5.15) перепишем так:

$$\gamma_ж l = \frac{1}{a} \int\limits_{p_а}^{p_{баш}} \frac{(q_а p_а + q_ж p)dp}{(0{,}19q_а p_а + q_ж p)\left[1 + \dfrac{b}{a}\left(\dfrac{q_а p_а + q_ж p}{0{,}19q_а p_а + q_ж p}\right)^{2{,}53}\right]}. \tag{5.16}$$

Легко установить, что

$$\frac{b}{a}\left(\frac{q_а p_а + q_ж p}{0{,}19q_а p_а + q_ж p}\right)^{2{,}53} << 1.$$

Тогда с достаточной точностью можно заменить (5.16) следующим выражением:

$$\gamma_ж l = \frac{1}{a} \int\limits_{p_а}^{p_{баш}} \frac{dp}{0{,}19 + \dfrac{q_ж p}{q_а p_а}} + \frac{q_ж}{a q_а p_а} \int\limits_{p_а}^{p_{баш}} \frac{p dp}{0{,}19 + \dfrac{q_ж p}{q_а p_а}} - b \int\limits_{p_a}^{p_{баш}} \left(\frac{1 + \dfrac{q_ж p}{q_а p_а}}{0{,}19 + \dfrac{q_ж p}{q_а p_а}}\right)^{3{,}53} dp. \tag{5.17}$$

Для того чтобы раскрыть третий интеграл правой части выражения (5.17), произведем замену:

$$\xi = \frac{1 + \dfrac{q_ж p}{q_а p_а}}{0{,}19 + \dfrac{q_ж p}{q_а p_а}}.$$

Тогда

$$p=\frac{0{,}19\xi-1}{\frac{q_ж}{q_а p_а}(1-\xi)}.$$

Отсюда

$$dp=-\frac{0{,}81 q_а p_а}{q_ж(1-\xi)^2}d\xi.$$

Тогда

$$-b\int\left(\frac{1+\frac{q_ж p}{q_а p_а}}{0{,}19+\frac{q_ж p}{q_а p_а}}\right)^{3{,}53}dp=\frac{0{,}81 b q_а p_а}{q_ж}\int\frac{\xi^{3{,}53}d\xi}{(1-\xi)^2}.$$

Произведем еще одну замену:

$\xi = y^2.$

Тогда

$\xi^{3,53} \approx y^7;$

$d\xi = 2ydy.$

Следовательно,

$$-b\int\left(\frac{1+\frac{q_ж p}{q_а p_а}}{0{,}19+\frac{q_ж p}{q_а p_а}}\right)^{3{,}53}dp=\frac{1{,}62 b q_а p_а}{q_ж}\int\frac{y^8 dy}{(1-y^2)^2}.$$

Так как

$$\frac{y^8}{1-2y^2+y^4}=y^4+2y^2+3+\frac{4y^2}{(1-y^2)^2}-\frac{3}{(1-y^2)^2},$$

то

$$-b\int\limits_{p_а}^{p_{баш}}\left(\frac{1+\frac{q_ж p}{q_а p_а}}{0{,}19+\frac{q_ж p}{q_а p_а}}\right)^{3{,}53}dp=\frac{1{,}61 b q_а p_а}{q_ж}\int\left[y^4+2y^2+3+\frac{4y^2}{(1-y^2)^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{3}{(1-y^2)^2}\right]dy=\frac{1{,}62 b q_а p_а}{q_ж}\left[\frac{y^5}{5}+\frac{2}{3}y^3+3y+\frac{4}{1-y^2}\ln\frac{y+1}{y-1}-\frac{3y}{2(1-y^2)}+\right.$$

$$+\ \frac{1}{2}\ln\frac{y+1}{y-1}\Bigg],$$

или, переходя от y к ξ, получим:

$$-\ b\int\limits_{p_{\text{а}}}^{p_{\text{баш}}}\left(\frac{1+\dfrac{q_{\text{ж}}p}{q_{\text{а}}p_{\text{а}}}}{0{,}19+\dfrac{q_{\text{ж}}p}{q_{\text{а}}p_{\text{а}}}}\right)^{3{,}53}dp=\frac{1{,}62bq_{\text{а}}p_{\text{а}}}{q_{\text{ж}}}\left[\frac{\xi_{\text{баш}}^{\frac{5}{2}}-\xi_{\text{а}}^{\frac{5}{2}}}{5}+\frac{2}{3}\left(\xi_{\text{баш}}^{\frac{3}{2}}-\xi_{\text{а}}^{\frac{3}{2}}\right)+\right.$$

$$+\ 3\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-\sqrt{\xi_{\text{а}}}\right)+\frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1-\xi_{\text{баш}}}\ln\frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}+1}{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-1}-\frac{\sqrt{\xi_{\text{а}}}}{1-\xi_{\text{а}}}\ln\frac{\sqrt{\xi_{\text{а}}}+1}{\sqrt{\xi_{\text{а}}}-1}-\frac{3\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{2(1-\xi_{\text{баш}})}+$$

$$+\frac{3\sqrt{\xi_{\text{а}}}}{2(1-\xi_{\text{а}})}+\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}+1\right)\left(\sqrt{\xi_{\text{а}}}-1\right)}{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-1\right)\left(\sqrt{\xi_{\text{а}}}+1\right)}.$$

Следовательно, по (5.17)

$$\gamma_{\text{ж}}l=\frac{1}{a}\frac{q_{\text{а}}p_{\text{а}}}{q_{\text{ж}}}\ln\frac{\dfrac{q_{\text{ж}}p_{\text{баш}}}{q_{\text{а}}p_{\text{а}}}+0{,}19}{\dfrac{q_{\text{ж}}}{q_{\text{а}}}+0{,}19}+\frac{1}{a}\left(p_{\text{баш}}-p_{\text{а}}-0{,}19\frac{q_{\text{а}}p_{\text{а}}}{q_{\text{ж}}}\times\right.$$

$$\left.\times\ln\frac{\dfrac{q_{\text{ж}}p_{\text{баш}}}{q_{\text{а}}p_{\text{а}}}+0{,}19}{\dfrac{q_{\text{ж}}}{q_{\text{а}}}+0{,}19}\right)+\frac{1{,}62bq_{\text{а}}p_{\text{а}}}{q_{\text{ж}}}\left[\frac{1}{5}\left(\xi_{\text{баш}}^{\frac{5}{2}}-\xi_{\text{а}}^{\frac{5}{2}}\right)+\frac{2}{3}\left(\xi_{\text{баш}}^{\frac{3}{2}}-\xi_{\text{а}}^{\frac{3}{2}}\right)+\right.$$

$$+\ 3\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-\sqrt{\xi_{\text{а}}}\right)+\frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1-\xi_{\text{баш}}}\ln\frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}+1}{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-1}-\frac{\sqrt{\xi_{\text{а}}}}{1-\xi_{\text{а}}}\ln\frac{\sqrt{\xi_{\text{а}}}+1}{\sqrt{\xi_{\text{а}}}-1}-\frac{1{,}5\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1-\xi_{\text{баш}}}+$$

$$\left.+\frac{1{,}5\sqrt{\xi_{\text{а}}}}{1-\xi_{\text{а}}}+\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}+1\right)\left(\sqrt{\xi_{\text{а}}}-1\right)}{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-1\right)\left(\sqrt{\xi_{\text{а}}}+1\right)}\right]. \tag{5.18}$$

Таким образом, при заданных $q_{\text{ж}}$, $q_{\text{т}}$, $q_{\text{а}}$, $p_{\text{а}}$, l, d, $\mu_{\text{ж}}$ и $\gamma_{\text{ж}}$ по уравнению (5.18) можно определить $p_{\text{баш}}$, т.е. давление у нижнего торца колонны труб; очевидно, что расчеты по определению $p_{\text{баш}}$ выполняются методом последовательных приближений.

Для удобства проведения расчетов представим уравнение (5.18) в "безразмерном" виде:

$$\frac{\gamma_ж l}{p_а} = \frac{1}{1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}-1\right)}\frac{q_а}{q_ж}\ln\frac{\frac{q_ж}{q_а}\frac{p_{баш}}{p_а}+0,19}{\frac{q_ж}{q_а}+0,19}+\frac{1}{1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}-1\right)}\times$$

$$\times\left(\frac{p_{баш}}{p_а}-1-\frac{0,19q_а}{q_ж}\ln\frac{\frac{q_ж p_{баш}}{q_а p_а}+0,19}{\frac{q_ж}{q_а}+0,19}\right)+\frac{0,388708\bar{q}_ж^{1,75}q_а}{q_ж}\left(1+\frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}\right)^{0,75}\times$$

$$\times\left(1+2,5\alpha_0+10,05\alpha_0^2+0,00273e^{16,6\alpha_0}\right)^{0,25}\left[\frac{1}{5}\left(\xi_{баш}^{\frac{5}{2}}-\xi_а^{\frac{5}{2}}\right)+\right.$$

$$+\frac{2}{3}\left(\xi_{баш}^{\frac{3}{2}}-\xi_а^{\frac{3}{2}}\right)+3\left(\sqrt{\xi_{баш}}-\sqrt{\xi_а}\right)+\frac{\sqrt{\xi_{баш}}}{1-\xi_{баш}}\ln\frac{\sqrt{\xi_{баш}}+1}{\sqrt{\xi_{баш}}-1}-\frac{\sqrt{\xi_а}}{1-\xi_а}\times$$

$$\left.\times\ln\frac{\sqrt{\xi_а}+1}{\sqrt{\xi_а}-1}-\frac{1,5\sqrt{\xi_{баш}}}{1-\xi_{баш}}+\frac{1,5\sqrt{\xi_а}}{1-\xi_а}+\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{\xi_{баш}}+1\right)\left(\sqrt{\xi_а}-1\right)}{\left(\sqrt{\xi_{баш}}-1\right)\left(\sqrt{\xi_а}+1\right)}\right], \qquad (5.19)$$

где $\bar{q}_ж = \frac{\mu_ж^{1/7}q_ж}{\gamma_ж^{1/7}g^{3/7}d^{19/7}}$;

$$\xi_{баш} = \frac{1+\frac{q_ж}{q_а}\frac{p_{баш}}{p_а}}{0,19+\frac{q_ж}{q_а}\frac{p_{баш}}{p_а}};$$

$$\xi_а = \frac{1+\frac{q_ж}{q_а}}{0,19+\frac{q_ж}{q_а}}.$$

Расчеты по уравнению (5.19) можно проводить так: при принятых $\frac{q_а}{q_ж}$, $\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}$, α_0 задаемся различными $p_{баш}/p_а$ и определяем значение $\gamma_ж l/p_а$.

Выполним расчеты при $\gamma_т/\gamma_ж = 2,6$, $\alpha_0 = 0,1$, $\frac{q_а}{q_ж} = 20$,

$\overline{q}_{ж}$ = 0,13 и различных $p_{баш}/p_{а}$. При принятых исходных данных уравнение (5.19) принимает вид

$$\frac{\gamma_{ж} l}{p_{а}} = 17{,}2414 \ln \frac{\frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}} + 0{,}19}{0{,}24} + 0{,}8621 \left(\frac{p_{баш}}{p_{а}} - 1 - \right.$$

$$\left. - \, 3{,}8 \ln \frac{\frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}} + 0{,}19}{0{,}24} \right) + 0{,}28607 \left\{ \frac{1}{5} \left[\left(\frac{1 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}{0{,}19 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}} \right)^{5/2} - 40{,}0355 \right] + \right.$$

$$+ \frac{2}{3} \left[\left(\frac{1 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}{0{,}19 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}} \right)^{3/2} - 9{,}15097 \right] + 3 \left(\sqrt{\frac{1 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}{0{,}19 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}} - 2{,}09165 \right) -$$

$$- \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}{0{,}19 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}} \, \frac{0{,}19 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}{0{,}81} \ln \frac{\sqrt{\frac{1 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}{0{,}19 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}} + 1}{\sqrt{\frac{1 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}{0{,}19 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}} - 1} - 0{,}2844 +$$

$$+ \, 1{,}8518 \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}{0{,}19 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}} \left(0{,}19 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}} \right) + .$$

$$\left. + \frac{1}{2} \ln \frac{0{,}3531 \left(\sqrt{\frac{1 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}{0{,}19 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}} + 1 \right)}{\sqrt{\frac{1 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}{0{,}19 + \frac{1}{20}\frac{p_{баш}}{p_{а}}}} - 1} \right\}. \qquad (5.20)$$

Результаты расчетов по выражению (5.20) приведены в табл. 5.1.

Теперь найдем давление нагнетания.

Перепад давления dp на дифференциально малом участке dx определяется как

$$dp = \gamma_г dx, \tag{5.21}$$

где $\gamma_г$ — удельный вес газа при данном давлении.

При изотермическом расширении идеального газа

$$\gamma_г = \gamma_а \frac{p}{p_а}, \tag{5.22}$$

где $\gamma_а$ — удельный вес газа при нормальных условиях; p и $p_а$ — соответственно давление в данном сечении и атмосферное давление.

Значит, по (5.21) и (5.22) имеем

$$\ln \frac{p_н}{p_{баш}} = \frac{\gamma_а l}{p_а}.$$

Отсюда

$$p_н = p_{баш} e^{\frac{\gamma_а l}{p_а}}, \tag{5.23}$$

где $p_н$ — давление нагнетания.

Выражение (5.23) известно как формула Лапласа. Реальные газы в отличие от идеальных подчиняются уравнению состояния

$$\frac{p}{\gamma_г} = zRT, \tag{5.24}$$

где z — коэффициент сжимаемости газа; определяется в результате экспериментальных исследований и зависит от температуры и давления.

Если принять, что z — величина постоянная и определяется при средних значениях p и T, то уравнение Лапласа можно записать так:

Таблица 5.1

$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{\gamma_ж l}{p_а}$	$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{\gamma_ж l}{p_а}$	$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{\gamma_ж l}{p_а}$	$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{\gamma_ж l}{p_а}$
10	19,430	35	53,832	60	80,736	85	105,161
15	27,679	40	59,529	65	85,762	90	109,870
20	34,967	45	65,038	70	90,708	95	114,622
25	41,558	50	70,392	75	95,584	100	119,161
30	47,894	55	75,617	80	100,400	105	123,758

$$p_н = p_{баш} e^{\frac{\gamma_а l T_а}{T_{ср} p_а z_{ср}}}, \qquad (5.25)$$

где $z_{ср}$ — значение z, найденное при среднем давлении p и температуре $T_{ср}$.

Представим выражение (5.23) в виде

$$p_н = p_{баш} e^{\frac{\gamma_а \gamma_ж l}{\gamma_ж p_а}}. \qquad (5.26)$$

Если принять, что $\frac{\gamma_а}{\gamma_ж} = 0{,}001$, то

$$\frac{p_н}{p_а} = \frac{p_{баш}}{p_а} e^{0{,}001\frac{\gamma_ж l}{p_а}}. \qquad (5.27)$$

При различных $\frac{p_{баш}}{p_а}$ и соответствующих $\frac{\gamma_ж l}{p_а}$, взятых из табл. 5.1, по формуле (5.27) были проведены расчеты для определения $\frac{p_н}{p_а}$ (табл. 5.2).

Проверим при принятых $q_ж$ и $q_т$, будет ли выноситься твердая частица.

Согласно принятым исходным данным, а также $\gamma_ж$ = = 10^4 Н/м^3, $\mu_ж = 10^{-3}$ Па·с, $d = 0{,}15$ м и $\bar{q}_ж = 0{,}13$ имеем:

$$q_ж = \frac{\gamma_ж^{\frac{1}{7}} g^{\frac{3}{7}} d^{\frac{19}{7}} \bar{q}_ж}{\mu_ж^{\frac{1}{7}}} = \frac{3{,}7276 \cdot 2{,}6607 \cdot 0{,}0058033 \cdot 0{,}13}{0{,}3727595} = 0{,}02 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Значит, средняя скорость жидкости у нижнего торца колонны

$$v_ж = \frac{4q_ж}{\pi d^2 (1-\varphi)},$$

Таблица 5.2

$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{p_н}{p_а}$	$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{p_н}{p_а}$	$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{p_н}{p_а}$	$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{p_н}{p_а}$
10	10,196	35	36,936	60	65,045	85	94,42
15	16,765	40	42,453	65	70,820	90	100,45
20	20,711	45	48,024	70	76,646	95	106,54
25	26,061	50	53,646	75	82,523	100	112,66
30	31,472	55	59,320	80	88,449	105	116,62

или

$$v_ж = \frac{4q_ж}{\pi d^2(1 - 0,81\beta)}.$$

В соответствии с (5.3) и (5.4)

$$\beta = \frac{\frac{q_а}{q_ж}\frac{p_а}{p_{баш}}}{\frac{q_а}{q_ж}\frac{p_а}{p_{баш}} + 1}.$$

При наших исходных данных

$$\beta = \frac{\frac{20}{80}}{\frac{20}{80} + 1};$$

$\beta = 0{,}2.$

Следовательно,

$$v_ж = \frac{4 \cdot 0,02}{\pi 0,15^2 \cdot 0,838};$$

$v_ж = 1{,}35$ м/с.

Согласно формуле (2.8) при Re > 1500 скорость свободного падения частицы

$$v_s = 0,66395\sqrt{\frac{d_т(\gamma_т - \gamma)g}{\gamma}}. \tag{5.28}$$

При $\gamma_т = 2{,}6 \cdot 10^4$ Н/м^3 и $\gamma = 10^4$ Н/м^3

$$v_s = 2,63045\sqrt{d_т}. \tag{5.29}$$

В табл. 5.3 приведены значения v_s при различных $d_т$.

В табл. 5.3 приводится также параметр Рейнольдса, определяемый по формуле

$$\mathrm{Re} = \frac{v_s d_т}{\nu}.$$

Таблица 5.3

$d_т$, м	v_s, м/с	Re	$d_т$, м	v_s, м/с	Re
0,010	0,2630	2 630	0,028	0,4402	12 326
0,013	0,2999	3 898	0,031	0,4631	14 356
0,016	0,3327	5 323	0,034	0,4850	16 450
0,019	0,3626	6 889	0,037	0,5060	18 722
0,022	0,3902	8 584	0,040	0,5261	21 044
0,025	0,4159	10 397	0,043	0,5455	23 456

Так как Re > 1500, то полученные значения v_s можно принять. Из сравнения значений v_s, приведенных в табл. 5.3, и $v_ж$ видно, что во всех случаях $v_ж > v_s$, т.е. вынос частицы будет обеспечен даже у башмака (нижнего торца); в сечениях с меньшими p имеем более высокое газосодержание, а значит, и относительно большие $v_ж$.

В случае, если давление у верхнего торца вертикальной колонны $p_у$ не равно атмосферному $p_а$, по аналогии с (5.19) получим

$$\frac{\gamma_ж l}{p_а} = \frac{0{,}81}{1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}-1\right)}\frac{q_а}{q_ж}\ln\frac{\frac{q_ж}{q_а}\frac{p_б}{p_а}+0{,}19}{\frac{q_ж}{q_а}\frac{p_у}{p_а}+0{,}19} + \frac{p_{баш}-p_у}{p_а\left[1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}-1\right)\right]} +$$

$$+\ 0{,}3887\bar{q}_ж^{1{,}75}\frac{q_а}{q_ж}\left(1+\frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}\right)^{0{,}75}\left(1+2{,}5\alpha_0+10{,}05\alpha_0^2+\right.$$

$$\left.+\ 0{,}00273e^{16{,}6\alpha_0}\right)^{1{,}25}\left[\frac{1}{5}\left(\xi_{баш}^{\frac{5}{2}}-\xi_у^{\frac{5}{2}}\right)+\frac{2}{3}\left(\xi_{баш}^{\frac{3}{2}}-\xi_у^{\frac{3}{2}}\right)+3\left(\sqrt{\xi_{баш}}-\sqrt{\xi_у}\right)+\right.$$

$$+\frac{\sqrt{\xi_{баш}}}{1-\xi_{баш}}\ln\frac{\sqrt{\xi_{баш}}+1}{\sqrt{\xi_{баш}}-1}-\frac{\sqrt{\xi_у}}{1-\xi_у}\ln\frac{\sqrt{\xi_у}+1}{\sqrt{\xi_у}-1}-\frac{1{,}5\sqrt{\xi_{баш}}}{1-\xi_{баш}}+\frac{1{,}5\sqrt{\xi_у}}{1-\xi_у}+$$

$$\left.+\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{\xi_{баш}}+1\right)\left(\sqrt{\xi_у}-1\right)}{\left(\sqrt{\xi_{баш}}-1\right)\left(\sqrt{\xi_у}+1\right)}\right], \tag{5.30}$$

где $\xi_у = \dfrac{1+\frac{q_ж}{q_а}\frac{p_у}{p_а}}{0{,}19+\frac{q_ж}{q_а}\frac{p_у}{p_а}}$.

Вышеприведенные соотношения применимы, когда по всей длине лифта $\beta < 0{,}9$.

Давление p', разделяющее весь поток на две части — длиной l_1, где $\beta \le 0{,}9$, и длиной l_2, где $\beta > 0{,}9$, — определяется из выражения для β при условии $\beta = 0{,}9$, т.е.

$$\frac{q_а\frac{p_а}{p'}}{q_а\frac{p_а}{p'}+q_ж} = 0{,}9.$$

Отсюда

$$p' = \frac{q_а}{q_ж}\frac{p_а}{9}, \tag{5.31}$$

где p' — давление в сечении, где $\beta = 0{,}9$.

В работе [9] было установлено, что истинное газосодержание при $\beta > 0{,}9$ может быть найдено так:

$$\varphi = 2{,}503\beta - 1{,}503. \tag{5.32}$$

Потери давления на трение на дифференциально малом участке длиной dx согласно [9]

$$dp_{тр} = dp_{тр\,0}\frac{1}{(1-\varphi)^2}, \tag{5.33}$$

где $dp_{тр\,0}$ — потери давления на трение при движении однородной жидкости.

Тогда по формулам Дарси — Вейсбаха, Блазиуса и (5.32)

$$dp_{тр} = \frac{0{,}241434\mu_ж^{0{,}25}\gamma_ж^{0{,}75}q_ж^{1{,}75}}{g^{0{,}75}d^{4{,}75}(2{,}503-2{,}503\beta)^2}dx, \tag{5.34}$$

или по (5.32) и (5.34)

$$dp_{тр} = \frac{0{,}241434\mu_ж^{0{,}25}\gamma_ж^{0{,}75}q_ж^{1{,}75}}{g^{0{,}75}d^{4{,}75}}\left(\frac{q_ж p + q_а p_а}{2{,}503 q_ж p}\right)^2 dx. \tag{5.35}$$

Составив уравнение динамического равновесия для дифференциально малого участка dx и использовав (5.32) и (5.35), получим:

$$dp = 2{,}503\gamma_ж(1-\beta)dx + \frac{0{,}241434\mu_ж^{0{,}25}\gamma_ж^{0{,}75}q_ж^{1{,}75}}{g^{0{,}75}d^{4{,}75}}\left(\frac{q_а p_а + q_ж p}{2{,}503 q_ж p}\right)^2 dx.$$

Или, подставив выражение для β, можем записать:

$$dp = \left[\frac{2{,}503\gamma_ж q_ж p}{q_а p_а + q_ж p} + \frac{0{,}241434\mu_ж^{0{,}25}\gamma_ж^{0{,}75}q_ж^{1{,}75}}{g^{0{,}75}d^{4{,}75}}\left(\frac{q_ж p + q_а p_а}{2{,}503 q_ж p}\right)^2\right]dx.$$

Отсюда

$$\gamma_ж l_2 = \int\limits_{p_у}^{p'} \frac{dp}{\dfrac{2{,}503 q_ж p}{q_а p_а + q_ж p} + \dfrac{0{,}241434\mu_ж^{0{,}25}}{g^{0{,}75}d^{4{,}75}\gamma_ж^{0{,}25}}q_ж^{1{,}75}\left(\dfrac{q_ж p + q_а p_а}{2{,}503 q_ж p}\right)^2}. \tag{5.36}$$

Здесь l_2 — длина участка труб, на котором расходное газосодержание $\beta > 0{,}9$.

Выражение (5.36) представим так:

$$\gamma_ж l_2 = \int\limits_{p_у}^{p'} \frac{(q_а p_а + q_ж p)dp}{2{,}503 q_ж p \left[1 + A\left(\frac{q_ж p + q_а p_а}{2{,}503 q_ж p}\right)^3\right]}, \qquad (5.37)$$

где $A = \frac{0{,}241434 \mu_ж^{0{,}25} q_ж^{1{,}75}}{g^{0{,}75} d^{4{,}75} \gamma_ж^{0{,}25}}$.

Так как

$$A\left(\frac{q_ж p + q_а p_а}{2{,}503 q_ж p}\right)^3 << 1,$$

то (5.37) перепишем так:

$$\gamma_ж l_2 = \int\limits_{p_у}^{p'} \frac{q_а p_а + q_ж p}{2{,}503 q_ж p}\left[1 - A\left(\frac{q_а p_а + q_ж p}{2{,}503 q_ж p}\right)^3\right] dp,$$

или

$$\gamma_ж l_2 = \frac{q_а p_а}{2{,}503 q_ж} \ln\frac{p'}{p_у} + p' - p_у - A\int\limits_{p_у}^{p'} \left(\frac{q_а p_а + q_ж p}{2{,}503 q_ж p}\right)^4 dp. \qquad (5.38)$$

Заменим

$$y_1 = \frac{q_а p_а + q_ж p}{2{,}503 q_ж p}$$

или

$$p = \frac{q_а p_а}{q_ж} \frac{1}{2{,}503 y_1 - 1}.$$

Отсюда

$$dp = -\frac{2{,}503 q_а p_а}{q_ж} \frac{dy_1}{(2{,}503 y_1 - 1)^2}.$$

Значит,

$$-\int \left(\frac{q_а p_а + q_ж p}{2{,}503 q_ж p}\right)^4 dp = \frac{2{,}503 q_а p_а}{q_ж} \int \frac{y_1^4 dy_1}{(2{,}503 y_1 - 1)^2}.$$

Проведем еще одну замену:

$2{,}503 y_1 - 1 = V$.

Тогда

$$y_1 = \frac{1+V}{2,503}, \quad dy_1 = \frac{dV}{2,503}.$$

Следовательно,

$$\frac{2{,}503 q_а p_а}{q_ж} \int \frac{y_1^4 dy_1}{(2{,}503 y_1 - 1)^2} = \frac{q_а p_а}{(2{,}503)^4 q_ж} \int \frac{(1+V)^4 dV}{V^2}.$$

В результате интегрирования и проведения обратных замен получим

$$-A\int\left(\frac{q_а p_а + q_ж p}{2{,}503 q_ж p}\right)^4 dp = \frac{q_а p_а A}{(2{,}503)^4 q_ж}\left\{-2\left[\left(\frac{q_ж p}{q_а p_а}\right)^3 - \left(\frac{q_ж p_у}{q_а p_а}\right)^3\right] + 4\ln\frac{p_у}{p'} + 6 \times\right.$$

$$\times\left(\frac{q_а p_а + q_ж p'}{q_ж p'} - \frac{q_а p_а + q_ж p_у}{q_ж p_у}\right) +$$

$$\left. +2\left[\left(\frac{q_а p_а}{q_ж p'}\right)^2 - \left(\frac{q_а p_а}{q_ж p_у}\right)^2\right] + \frac{1}{3}\left[\left(\frac{q_а p_а}{q_ж p'}\right)^3 - \left(\frac{q_а p_а}{q_ж p_у}\right)^3\right]\right\}. \tag{5.39}$$

Следовательно, по выражениям (5.38) и (5.39)

$$\frac{\gamma_ж l_2}{p_а} = \frac{q_а}{2{,}503 q_ж}\ln\frac{p'}{p_у} + \frac{p'}{p_а} - \frac{p_у}{p_а} + 0{,}006151\frac{q_а}{q_ж}\frac{\mu_ж^{0,25} q_ж^{1,75}}{g^{0,75} d^{4,75} \gamma_ж^{0,25}} \times$$

$$\times\left\{-2\left[\left(\frac{q_ж p'}{q_а p_а}\right)^3 - \left(\frac{q_ж p_у}{q_а p_а}\right)^3\right] + 4\ln\frac{p_у}{p'} + 6\left(\frac{q_а p_а + q_ж p'}{q_ж p'} - \frac{q_а p_а + q_ж p_у}{q_ж p_у}\right) +\right.$$

$$\left. +2\left[\left(\frac{q_а p_а}{q_ж p'}\right)^2 - \left(\frac{q_а p_а}{q_ж p_у}\right)^2\right] + \frac{1}{3}\left[\left(\frac{q_а p_а}{q_ж p'}\right)^3 - \left(\frac{q_а p_а}{q_ж p_у}\right)^3\right]\right\}. \tag{5.40}$$

Для того чтобы использовать формулу (5.40) в случае гидротранспорта гидросмеси, необходимо заменить $\gamma_ж$ удельным весом смеси жидкости и твердой фазы, определяемой согласно (3.7), вязкость жидкости $\mu_ж$ — вязкостью смеси в соответствии с формулой Томаса (3.16), а также $q_ж^{1,75} = (q_ж + q_т)^{1,75}$.

Значит, по (5.40), (3.7) и (3.16) можем записать:

$$\frac{\gamma_ж l_2}{p_а} = \frac{1}{1-\alpha_0\left(1-\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}\right)}\left(\frac{q_а}{2{,}503 q_ж}\ln\frac{p'}{p_у} + \frac{p'}{p_а} - \frac{p_у}{p_а}\right) + \frac{0{,}006151 q_а \overline{q}_ж^{1,75}}{q_ж\left(1-\alpha_0+\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}\alpha_0\right)} \times$$

$$\times\left(1+\frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\right)^{1,75}\left(1+2,5\alpha_0+10,05\alpha_0^2+0,00273e^{16,6\alpha_0}\right)^{0,25}\times$$

$$\times\left\{-2\left[\left(\frac{q_ж p'}{q_а p_а}\right)^3-\left(\frac{q_ж p_у}{q_а p_а}\right)^3\right]+4\ln\frac{p_у}{p'}+6\left(\frac{q_а p_а+q_ж p'}{q_ж p'}-\frac{q_а p_а+q_ж p_у}{q_ж p_у}\right)+\right.$$

$$\left.+2\left[\left(\frac{q_а p_а}{q_ж p'}\right)^2-\left(\frac{q_а p_а}{q_ж p_у}\right)^2\right]+\frac{1}{3}\left[\left(\frac{q_а p_а}{q_ж p'}\right)^3-\left(\frac{q_а p_а}{q_ж p_у}\right)^3\right]\right\}. \qquad (5.41)$$

Очевидно, что общую длину лифта можно представить как

$$l = l_1 + l_2. \qquad (5.42)$$

Тогда, полагая, что l_1 определяется по (5.30), в соответствии с (5.41) и (5.42) при условии $p_у = p'$ и $\xi_у = \xi'$ получим:

$$\frac{\gamma_ж l}{p_а}=\frac{1}{1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}-1\right)}\left(\frac{q_а}{2,503q_ж}\ln\frac{p'}{p_у}+\frac{p'}{p_а}-\frac{p_у}{p_а}\right)+\frac{0,006151q_а\bar{q}_ж^{1,75}}{q_ж\left[1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}-1\right)\right]}\times$$

$$\times\left(1+\frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\right)^{1,75}\left(1+2,5\alpha_0+10,05\alpha_0^2+0,00273e^{16,6\alpha_0}\right)^{0,25}\times$$

$$\times\left\{-2\left[\left(\frac{q_ж p'}{q_а p_а}\right)^3-\left(\frac{q_ж p_у}{q_а p_а}\right)^3\right]+4\ln\frac{p_у}{p'}+6\left(\frac{q_а p_а+q_ж p'}{q_ж p'}-\frac{q_а p_а+q_ж p_у}{q_ж p_у}\right)+\right.$$

$$\left.+2\left[\left(\frac{q_а p_а}{q_ж p'}\right)^2-\left(\frac{q_а p_а}{q_ж p_у}\right)^2\right]+\frac{1}{3}\left[\left(\frac{q_а p_а}{q_ж p'}\right)^3-\left(\frac{q_а p_а}{q_ж p_у}\right)^3\right]\right\}+\frac{0,81}{1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}-1\right)}\times$$

$$\times\frac{q_а}{q_ж}\ln\frac{\frac{q_ж}{q_а}\frac{p_{баш}}{p_а}+0,19}{\frac{q_ж}{q_а}\frac{p'}{p_а}+0,19}+\frac{p_{баш}-p'}{p_а\left[1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}-1\right)\right]}+0,3887\bar{q}_ж^{1,75}\frac{q_а}{q_ж}\times$$

$$\times\left(1+\frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\frac{\gamma_т}{\gamma_ж}\right)^{0,75}\left(1+2,5\alpha_0+10,05\alpha_0^2+0,00273e^{16,6\alpha_0}\right)^{0,25}\times$$

$$\times\left[\frac{1}{5}\left(\xi_{баш}^{\frac{5}{2}}-\xi'^{\frac{5}{2}}\right)+\frac{2}{3}\left(\xi_{баш}^{\frac{3}{2}}-\xi'^{\frac{3}{2}}\right)+3\left(\sqrt{\xi_{баш}}-\sqrt{\xi'}\right)+\frac{\sqrt{\xi_{баш}}}{1-\xi_{баш}}\times\right.$$

$$\times\ln\frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}+1}{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-1}-\frac{\sqrt{\xi'}}{1-\xi'}\ln\frac{\sqrt{\xi'}+1}{\sqrt{\xi'}-1}-\frac{1{,}5\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1-\xi_{\text{баш}}}+\frac{1{,}5\sqrt{\xi'}}{1-\xi'}+$$

$$+\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}+1\right)\left(\sqrt{\xi'}-1\right)}{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-1\right)\left(\sqrt{\xi'}+1\right)}\Bigg], \tag{5.43}$$

где $\xi'=\dfrac{1+\dfrac{q_{\text{ж}}}{q_{\text{а}}}\dfrac{p'}{p_{\text{а}}}}{0{,}19+\dfrac{q_{\text{ж}}}{q_{\text{а}}}\dfrac{p'}{p_{\text{а}}}}$.

Расчеты показали, что вторым слагаемым правой части выражения (5.43) можно пренебречь ввиду его относительной малости. Тогда получаем следующее расчетное соотношение:

$$\frac{\gamma_{\text{ж}}l}{p_{\text{а}}}=\frac{1}{1+\alpha_0\left(\dfrac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}-1\right)}\left(\frac{q_{\text{а}}}{2{,}503q_{\text{ж}}}\ln\frac{p'}{p_{\text{у}}}+\frac{p'}{p_{\text{а}}}-\frac{p_{\text{у}}}{p_{\text{а}}}\right)+\frac{0{,}81}{1+\alpha_0\left(\dfrac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}-1\right)}\frac{q_{\text{а}}}{q_{\text{ж}}}\times$$

$$\times\ln\frac{\dfrac{q_{\text{ж}}}{q_{\text{а}}}\dfrac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{а}}}+0{,}19}{\dfrac{q_{\text{ж}}}{q_{\text{а}}}\dfrac{p'}{p_{\text{а}}}+0{,}19}+\frac{p_{\text{баш}}-p'}{p_{\text{а}}\left[1+\alpha_0\left(\dfrac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}-1\right)\right]}+0{,}3887\bar{q}_{\text{ж}}^{1,75}\frac{q_{\text{а}}}{q_{\text{ж}}}\times$$

$$\times\left(1+\frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}\right)^{0,75}\left(1+2{,}5\alpha_0+10{,}05\alpha_0^2+0{,}00273e^{16,6\alpha_0}\right)^{0,25}\times$$

$$\times\left[\frac{1}{5}\left(\xi_{\text{баш}}^{\frac{5}{2}}-\xi'^{\frac{5}{2}}\right)+\frac{2}{3}\left(\xi_{\text{баш}}^{\frac{3}{2}}-\xi'^{\frac{3}{2}}\right)+3\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-\sqrt{\xi'}\right)+\frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1-\xi_{\text{баш}}}\times\right.$$

$$\times\ln\frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}+1}{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-1}-\frac{\sqrt{\xi'}}{1-\xi'}\ln\frac{\sqrt{\xi'}+1}{\sqrt{\xi'}-1}-\frac{1{,}5\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1-\xi_{\text{баш}}}+\frac{1{,}5\sqrt{\xi'}}{1-\xi'}+$$

$$\left.+\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}+1\right)\left(\sqrt{\xi'}-1\right)}{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-1\right)\left(\sqrt{\xi'}+1\right)}\right]. \tag{5.44}$$

Проведем расчеты по (5.44) и сравним получаемые при этом результаты с данными, приведенными в табл. 5.1. Расчеты выполним при $\gamma_{\text{т}}/\gamma_{\text{ж}}$ = 2,6, α_0 = 0,1, $q_{\text{а}}/q_{\text{ж}}$ = 20, $\bar{q}$ =

Таблица 5.4

$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{\gamma_ж l}{p_а}$	$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{\gamma_ж l}{p_а}$	$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{\gamma_ж l}{p_а}$	$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{\gamma_ж l}{p_а}$
10	15,539	35	48,566	60	75,955	85	101,034
15	22,370	40	54,345	65	81,094	90	105,996
20	29,587	45	59,944	70	86,154	95	110,585
25	36,268	50	65,398	75	91,085	100	115,334
30	42,562	55	70,728	80	96,081	105	120,046

$= 0{,}13$ и $p_у = p_а$. Согласно формуле (5.31) $\frac{p'}{p_а} = \frac{20}{9} = 2{,}22$; имеем также

$$\xi' = \frac{1 + \frac{2{,}222}{20}}{0{,}19 + \frac{2{,}222}{20}} = 3{,}6900.$$

Тогда уравнение (5.44) можно переписать в виде

$$\frac{\gamma_ж l}{p_а} = 6{,}5539 + 13{,}9655 \ln \frac{\frac{p_{баш}}{p_а} + 3{,}8}{6{,}0222} + \frac{1}{1{,}16}\left(\frac{p_{баш}}{p_а} - 2{,}22\right) +$$

$$+ 0{,}28607\left[\frac{1}{5}\left(\xi_{баш}^{\frac{5}{2}} - 26{,}15\right) + \frac{2}{3}\left(\xi_{баш}^{\frac{3}{2}} - 7{,}038\right) + 3\left(\sqrt{\xi_{баш}} - 1{,}9209\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\sqrt{\xi_{баш}}}{1 - \xi_{баш}} \ln \frac{\sqrt{\xi_{баш}} + 1}{\sqrt{\xi_{баш}} - 1} - 0{,}24686 - \frac{1{,}5\sqrt{\xi_{баш}}}{1 - \xi_{баш}} + \frac{1}{2} \ln \frac{0{,}31528\left(\sqrt{\xi_{баш}} + 1\right)}{\sqrt{\xi_{баш}} - 1}\right]. \qquad (5.45)$$

В табл. 5.4 приведены результаты расчетов по выражению (5.45) при различных $p_{баш}/p_а$.

Из сравнения данных, приведенных в табл. 5.1 и 5.4, видно, что при значительных давлениях у нижнего торца колонны $p_{баш}$ расхождение между $\gamma_ж l/p_а$ является незначительным.

5.1. ГИДНОДИНАМИКА ЭРЛИФТА С УЧЕТОМ РАСТВОРИМОСТИ ВОЗДУХА (ГАЗА) В ЖИДКОСТИ

Способность газа растворяться в жидкости определяется коэффициентом растворимости Ω, представляющим собой отношение объема растворенного газа, приходящегося на давление 0,1 МПа к объему жидкости. Следовательно, количество растворенного газа составляет

$\Omega p q_ж$.

Обозначим отношение расхода воздуха при нормальных условиях $q_а$ к расходу жидкости $q_ж$ через Г, т.е.

$$\Gamma = \frac{q_а}{q_ж}.$$

Значит, если газ не растворяется в жидкости, то расход газа $q_ж \Gamma$.

Таким образом, расход идеального газа, принимающего участие в движении при изотермическом расширении газа, можно определить как

$$q_г = q_ж \frac{\Gamma - \Omega p}{p} p_а.$$

Тогда расходное газосодержание

$$\beta = \frac{q_ж \dfrac{\Gamma - \Omega p}{p} p_а}{q_ж \dfrac{\Gamma - \Omega p}{p} p_а + q_ж},$$

или

$$\beta = \frac{\Gamma - \Omega p}{\Gamma - \Omega p + \dfrac{p}{p_а}}. \qquad (5.46)$$

Рассмотрим участок колонны труб длиной l_1, на котором $\beta < 0{,}9$.

В этом случае по (5.1) и (5.46)

$$\varphi = \frac{0{,}81(\Gamma - \Omega p)}{\Gamma - \Omega p + \dfrac{p}{p_а}}. \qquad (5.47)$$

Подставив (5.47) в (5.7) при условии

$\gamma_г\varphi << \gamma_ж(1 - \varphi)$,

можем записать:

$$dp_G = \gamma_ж\left[1 - \frac{0,81(\Gamma - \Omega p)}{\Gamma - \Omega p + \dfrac{p}{p_а}}\right]dx,$$

или

$$dp_G = \frac{\gamma_ж\left[0,19(\Gamma - \Omega p) + \dfrac{p}{p_а}\right]}{\Gamma - \Omega p + \dfrac{p}{p_а}}dx. \tag{5.48}$$

Для определения dp_G в случае движения аэрированной гидросмеси необходимо в (5.48) заменить $\gamma_ж$ значением $\gamma_{см}$, выражаемым согласно (3.8), тогда получим

$$dp_G = \frac{\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т}{q_т + q_ж}\,\frac{0,19(\Gamma - \Omega p) + \dfrac{p}{p_а}}{\Gamma - \Omega p + \dfrac{p}{p_а}}dx. \tag{5.49}$$

В общем случае коэффициент растворимости Ω зависит от давления.

Для упрощения решения задачи предлагается от кривой зависимости

$\Omega = f(p)$

перейти к функции

$\Omega p = \Phi(p)$,

что позволяет Ωp заменить среднеинтегральным значением

$$\overline{\Omega p} = \frac{1}{p_{баш} - p_у}\int_{p_у}^{p_{баш}}\Omega p\,dp. \tag{5.50}$$

Тогда дифференциально малое значение гравитационной составляющей запишется так:

$$dp_G = \frac{\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т}{q_т + q_ж}\,\frac{0,19(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p}{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p}dx. \tag{5.51}$$

Дифференциально малое значение потерь давления на трение на участке длиной dx при движении газожидкостной смеси согласно формулам (5.11), (5.12) и (5.47) найдем так:

$$dp_{\text{тр}} = 0{,}241434\frac{\mu_{\text{ж}}^{0,25}\gamma_{\text{ж}}^{0,75}q_{\text{ж}}^{1,75}}{g^{0,75}d^{4,75}}\left[\frac{\Gamma - \Omega p + \dfrac{p}{p_{\text{а}}}}{0{,}19(\Gamma - \Omega p) + \dfrac{p}{p_{\text{а}}}}\right]^{1,53} dx.$$

Или, принимая Ωp равным среднеинтегральному значению $\overline{\Omega p}$, можем записать:

$$dp_{\text{тр}} = 0{,}241434\frac{\mu_{\text{ж}}^{0,25}\gamma_{\text{ж}}^{0,75}q_{\text{ж}}^{1,75}}{g^{0,75}d^{4,75}}\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}{0{,}19(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}\right]^{1,53} dx. \qquad (5.52)$$

Для того чтобы использовать (5.52) в случае гидротранспорта гидросмесей с помощью эрлифта, необходимо вместо $\gamma_{\text{ж}}$ подставить $\gamma_{\text{см}}$ по (3.8), $q_{\text{ж}}$ заменить расходом смеси твердой и жидкой фазы, а $\mu_{\text{ж}}$ приравнять к $\mu_{\text{см}}$, определяемой по формуле (3.16).

Тогда получим

$$dp_{\text{тр}} = \frac{0{,}241434[\gamma_{\text{ж}}(1-\alpha_0) + \gamma_{\text{т}}\alpha_0]^{0,75}q_{\text{ж}}^{1,75}}{g^{0,75}d^{4,75}}\mu_{\text{ж}}^{0,25}(1 + 2{,}5\alpha_0 + 10{,}05\alpha_0^2 +$$

$$+\ 0{,}00273e^{16,6\alpha_0})^{0,25}\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}{0{,}19(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}\right]^{1,53} dx. \qquad (5.53)$$

Значит, по (5.51) и (5.53) можем составить следующее уравнение:

$$dp = \left\{[\gamma_{\text{ж}}(1-\alpha_0) + \gamma_{\text{т}}\alpha_0]\frac{0{,}19(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p} + \right.$$

$$+\frac{0{,}241434[\gamma_{\text{ж}}(1-\alpha_0) + \gamma_{\text{т}}\alpha_0]^{0,75}q_{\text{ж}}^{1,75}\mu_{\text{ж}}^{0,25}}{g^{0,75}d^{4,75}(1-\alpha_0)^{1,75}}(1 + 2{,}5\alpha_0 + 10{,}05\alpha_0^2 +$$

$$\left. +\ 0{,}00273e^{16,6\alpha_0})^{0,25}\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}{0{,}19(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}\right]^{1,53}\right\} dx.$$

Решив дифференциальное уравнение, получим:

$$\gamma_{\text{ж}} l_1 = \int\limits_{p'}^{p_{\text{баш}}} \left\{\left(1 - \alpha_0 + \frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}\alpha_0\right)\frac{0{,}19(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p} + \right.$$

$$+\frac{0,241434\left(1-\alpha_0+\dfrac{\gamma_{т}}{\gamma_0}\alpha_0\right)^{0,75}\bar{q}_{ж}^{1,75}}{(1-\alpha_0)^{1,75}}(1+2,5\alpha_0+10,05\alpha_0^2+$$

$$\left.+\ 0,00273e^{16,6\alpha_0})^{0,25}\left[\frac{(\Gamma-\overline{\Omega p})p_{а}+p}{0,19(\Gamma-\overline{\Omega p})p_{а}+p}\right]^{1,53}\right\}^{-1}dp,$$

или

$$\gamma_{ж}l_1=\int\limits_{p'}^{p_{баш}}\frac{dp}{\mathrm{A}_1\dfrac{0,19(\Gamma-\overline{\Omega p})p_{а}+p}{(\Gamma-\overline{\Omega p})p_{а}+p}+\mathrm{Б}_1\left[\dfrac{(\Gamma-\overline{\Omega p})p_{а}+p}{0,19(\Gamma-\overline{\Omega p})p_{а}+p}\right]^{1,53}},\qquad(5.54)$$

где

$$\mathrm{A}_1=1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_{т}}{\gamma_{ж}}-1\right);$$

$$\mathrm{Б}_1=\frac{0,241434\left(1-\alpha_0+\dfrac{\gamma_{т}}{\gamma_{ж}}\alpha_0\right)^{0,75}\bar{q}_{ж}^{1,75}}{(1-\alpha_0)^{1,75}}(1+2,5\alpha_0+10,05\alpha_0^2+0,00273e^{16,6\alpha_0}).$$

Выражение (5.54) представим в виде

$$\gamma_{ж}l_1=\frac{1}{\mathrm{A}_1}\int\limits_{p'}^{p_{баш}}\frac{\left[(\Gamma-\overline{\Omega p})p_{а}+p\right]dp}{\left[0,19(\Gamma-\overline{\Omega p})p_{а}+p\right]\left\{1+\dfrac{\mathrm{Б}_1}{\mathrm{A}_1}\left[\dfrac{(\Gamma-\overline{\Omega p})p_{а}+p}{0,19(\Gamma-\overline{\Omega p})p_{а}+p}\right]^{2,53}\right\}}.\qquad(5.55)$$

По правилу приближенного вычисления

$$\frac{1}{a+x}=\frac{1}{a}-\frac{x}{a^2}.\qquad(5.56)$$

Выражением (5.56) можно пользоваться при $x << a$.

В нашем случае

$$a=1;\quad x=\frac{\mathrm{Б}_1}{\mathrm{A}_1}\left[\frac{(\Gamma-\overline{\Omega p})p_{а}+p}{0,19(\Gamma-\overline{\Omega p})p_{а}+p}\right]^{2,53}.$$

Тогда формулу (5.55) можно переписать так:

$$\gamma_{ж} l_1 = \frac{1}{А_1} \int\limits_{p'}^{p_{баш}} \frac{(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p}{0{,}19(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p} \left\{ 1 - \frac{Б_1}{А_1} \left[\frac{(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p}{0{,}19(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p} \right]^{2{,}53} \right\}. \qquad (5.57)$$

Выражение справедливо, так как

$$\frac{Б_1}{А_1} \left[\frac{(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p}{0{,}19(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p} \right]^{2{,}53} << 1.$$

По (5.5) имеем:

$$\gamma_{ж} l_1 = \frac{1}{А_1} \int\limits_{p'}^{p_{баш}} \frac{(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а dp}{0{,}19(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p} + \frac{1}{А_1} \int\limits_{p'}^{p_{баш}} \frac{p dp}{0{,}19(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p} -$$

$$- \frac{Б_1}{А_1^2} \int\limits_{p'}^{p_{баш}} \left[\frac{(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p}{0{,}19(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p} \right]^{3{,}53} dp. \qquad (5.58)$$

Заменим

$$z = \frac{(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p}{0{,}19(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p}.$$

Тогда

$$p = \frac{(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а (0{,}19 z - 1)}{1 - z}.$$

Следовательно,

$$dp = -\frac{0{,}81(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а}{(1 - z)^2} dz.$$

Таким образом,

$$- \frac{Б_1}{А_1^2} \int\limits_{p'}^{p_{баш}} \left[\frac{(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p}{0{,}19(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а + p} \right]^{3{,}53} dp = 0{,}81 \frac{(\Gamma - \Omega \overline{p}) p_а Б_1}{А_1^2} \int\limits_{p'}^{p_{баш}} \frac{z^{3{,}53} dz}{(1 - z)^2}.$$

Проведем еще одну замену:

$$z = x_1^2.$$

Значит,

$$z^{3{,}53} \approx x_1^7;$$

$$dz = 2 x_1 dx_1.$$

Тогда

$$-\frac{Б_1}{А_1^2}\int_{p'}^{p_{баш}}\left[\frac{(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а+p}{0{,}19(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а+p}\right]^{3,53}dp=1{,}62(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а\frac{Б_1}{А_1^2}\int\frac{x_1^8dx_1}{(1-x_1^2)^2}.$$

Так как

$$\frac{x_1^8}{(1-x_1^2)^2}=x_1^4+2x_1^2+3+\frac{4x_1^2}{(1-x_1^2)^2}-\frac{3}{(1-x_1^2)^2},$$

то

$$-\frac{Б_1}{А_1^2}\int_{p'}^{p_{баш}}\left[\frac{(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а+p}{0{,}19(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а+p}\right]^{3,53}dp=1{,}62(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а\frac{Б_1}{А_1^2}\times$$

$$\times\int\left[x_1^4+2x_1^2+3+\frac{4x_1^2}{(1-x_1^2)^2}-\frac{3}{(1-x_1^2)^2}\right]dx_1.$$

Переходя от x_1 к z, получим:

$$-\frac{Б_1}{А_1^2}\int_{p'}^{p_{баш}}\left[\frac{(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а+p}{0{,}19(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а+p}\right]^{3,53}dp=1{,}62(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а\frac{Б_1}{А_1^2}\left[\frac{z_{баш}^{\frac{5}{2}}-z'^{\frac{5}{2}}}{5}+\right.$$

$$+\frac{2}{3}\left(z_{баш}^{\frac{3}{2}}-z'^{\frac{3}{2}}\right)+3\left(\sqrt{z_{баш}}-\sqrt{z'}\right)+\frac{\sqrt{z_{баш}}}{1-z_{баш}}\ln\frac{\sqrt{z_{баш}}+1}{\sqrt{z_{баш}}-1}-$$

$$\left.-\frac{\sqrt{z'}}{1-z'}\ln\frac{\sqrt{z'}+1}{\sqrt{z'}-1}-\frac{3\sqrt{z_{баш}}}{2(1-z_{баш})}+\frac{3\sqrt{z'}}{2(1-z')}+\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{z_{баш}}+1\right)\left(\sqrt{z'}-1\right)}{\left(\sqrt{z_{баш}}-1\right)\left(\sqrt{z'}+1\right)}\right],$$

где $z_{баш}=\dfrac{(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а+p_{баш}}{0{,}19(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а+p_{баш}}$; $z'=\dfrac{(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а+p'}{0{,}19(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а+p'}$.

Таким образом, длина участка трубы l_1, на котором $\beta <$ $< 0{,}9$ и давление находится в пределах $p' \le p \le p_{баш}$, определяется так:

$$\gamma_ж l_1=\frac{0{,}81}{А_1}(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а\ln\frac{0{,}19\ (\Gamma-\overline{\Omega p})p_а+p_{баш}}{0{,}19(\Gamma-\overline{\Omega p})p_а+p'}+\frac{1}{А_1}(p_{баш}-p')+$$

$$+1{,}62(\Gamma-\overline{\Omega p})\frac{p_аБ_1}{А_1^2}\left[\frac{z_{баш}^{\frac{5}{2}}-z'^{\frac{5}{2}}}{5}+\frac{2}{3}\left(z_{баш}^{\frac{3}{2}}-z'^{\frac{3}{2}}\right)+3\left(\sqrt{z_{баш}}-\sqrt{z'}\right)+\right.$$

$$+\frac{\sqrt{z_{баш}}}{1-z_{баш}}\ln\frac{\sqrt{z_{баш}}+1}{\sqrt{z_{баш}}-1}-\frac{\sqrt{z'}}{1-z'}\ln\frac{\sqrt{z'}+1}{\sqrt{z'}-1}-\frac{3\sqrt{z_{баш}}}{2(1-z_{баш})}+\frac{3\sqrt{z'}}{2(1-z')}+$$

$$+\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{z_{баш}}+1\right)\left(\sqrt{z'}-1\right)}{\left(\sqrt{z_{баш}}-1\right)\left(\sqrt{z'}+1\right)}. \qquad (5.59)$$

Теперь найдем длину участка труб l_2, на котором $\beta > 0{,}9$ и давление изменяется в пределах $p' \le p \le p_у$.

Согласно (5.46) и (5.32) истинная концентрация при $\Omega p = \overline{\Omega p}$ определяется как

$$\varphi = \frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а - 1{,}503p}{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p}. \qquad (5.60)$$

Значит, по выражениям (5.8) и (5.60) дифференциально малое значение гравитационной составляющей при движении аэрированной жидкости

$$dp_G = \frac{2{,}503p\gamma_ж}{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p}dx. \qquad (5.61)$$

Если в (5.61) вместо $\gamma_ж$ подставить удельный вес смеси жидкости и твердой фазы, определяемый по формуле (5.9), то получим дифференциально малое значение перепада давления при движении гидросмеси

$$dp_G = \frac{2{,}503p}{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p}[\gamma_ж(1-\alpha_0) + \gamma_т\alpha_0]\, dx. \qquad (5.62)$$

По соотношениям (5.33) и (5.60)

$$dp_{тр} = dp_{тр\,0}\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p}{2{,}503p}\right]^2. \qquad (5.63)$$

По формулам (5.63) Дарси — Вейсбаха и Блазиуса получим

$$dp_{тр} = \frac{0{,}24143\mu_ж^{0{,}25}\gamma_ж^{0{,}75}q_ж^{1{,}75}}{g^{0{,}75}d^{4{,}75}}\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p}{2{,}503p}\right]^2 dx. \qquad (5.64)$$

Подставив в (5.64) $\mu_ж = \mu_{см}$ по формуле Томаса (3.16), расход жидкости, равный расходу смеси жидкости и твердой фазы, а также значение $\gamma_ж$, равное удельному весу смеси жидкой и твердой фазы, получим следующее выражение для определения дифференциально малых потерь давления на трение при движении аэрированной гидросмеси на участке длиной dx:

$$dp_{\text{тр}} = \frac{0{,}24143}{(1-\alpha_0)^{1{,}75}} \left[1 - \frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}(1-\alpha_0)\right]^{0{,}75} \bar{q}_{\text{ж}}^{1{,}75} \left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}{2{,}503p}\right]^2 (1 + 2{,}5\alpha_0 +$$

$$+10{,}05\alpha_0^2 + 0{,}00273\mathrm{e}^{16{,}6\alpha_0})^{0{,}25}\gamma_{\text{ж}} dx. \qquad (5.65)$$

По выражениям (5.62) и (5.65) можно составить дифференциальное уравнение

$$dp = \left\{ \frac{2{,}503\left[1 - \frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}(1-\alpha_0)\right]p}{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p} + \frac{0{,}24143\left[1 - \frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}(1-\alpha_0)\right]^{0{,}75} \bar{q}_{\text{ж}}^{1{,}75}}{(1-\alpha_0)^{1{,}75}} \left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}{2{,}503p}\right]^2 \times \right.$$

$$\left. \times\ (1 + 2{,}5\alpha_0 + 10{,}05\alpha_0^2 + 0{,}00273\mathrm{e}^{16{,}6\alpha_0})^{0{,}25} \right\} \gamma_{\text{ж}} dx. \qquad (5.66)$$

Отсюда

$$\gamma_{\text{ж}} l_2 = \frac{1}{2{,}503} \int_{p_{\text{у}}}^{p'} \frac{\left[(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p\right] dp}{\left[1 - \frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}(1-\alpha_0)\right] p \left\{1 + \mathrm{A}_3 \left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}{2{,}503p}\right]^3\right\}}, \qquad (5.67)$$

где

$$\mathrm{A}_3 = \frac{0{,}09646 \cdot \bar{q}_{\text{ж}}^{1{,}75}}{\left[1 - \frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}(1-\alpha_0)\right]^{0{,}25}} (1 + 2{,}5\alpha_0 + 10{,}05\alpha_0^2 + 0{,}00273\alpha_0^{16{,}6\alpha_0})^{0{,}25}.$$

Так как

$$\mathrm{A}_3 \left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}{2{,}503p}\right]^3 << 1,$$

то по аналогии с тем, как составлялось выражение (5.67), можем записать:

$$\gamma_{\text{ж}} l_2 = \frac{1}{2{,}503} \int_{p_{\text{у}}}^{p'} \frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}{\left[1 - \frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}(1-\alpha_0)\right] p} \left\{1 - \mathrm{A}_3 \left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_{\text{а}} + p}{2{,}503p}\right]^3\right\} dp,$$

или

$$\gamma_{ж} l_2 = \frac{1}{2{,}503\left[1 - \frac{\gamma_т}{\gamma_ж}(1-\alpha_0)\right]}\left\{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а \ln\frac{p'}{p_у} + p' - p_у - \frac{A_3}{2{,}503^3}\int\limits_{p_у}^{p'}\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p}{p}\right]^4 dp\right\}.$$

Тогда

$$\gamma_{ж} l_2 = \frac{A(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}{2{,}503^3}\left\{\frac{1}{3}\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}{p'}\right]^3 - \frac{1}{3}\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}{p_у}\right]^3 + 2\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}{p'}\right]^2 -\right.$$

$$-2\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}{p_у}\right]^2 + 6\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p'}{p'} - \frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p_у}{p_у}\right] + 4\ln\frac{p_у}{p'} -$$

$$\left. -2\left[\frac{p'}{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}\right]^3 + 2\left[\frac{p_у}{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}\right]^3\right\}. \qquad (5.68)$$

Таким образом, просуммировав $\gamma_ж l_1$ и $\gamma_ж l_2$, по формулам (5.59) и (5.68) получим:

$$\gamma_ж l = \frac{0{,}81}{A_1}(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а \ln\frac{0{,}19\ (\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p_{баш}}{0{,}19\ (\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p'} + \frac{1}{A_1}(p_{баш} - p') +$$

$$+1{,}62(\Gamma - \overline{\Omega p})\frac{p_а Б_1}{A_1^2}\left[\frac{z_{баш}^{\frac{5}{2}} - z'^{\frac{5}{2}}}{5} + \frac{2}{3}\left(z_{баш}^{\frac{3}{2}} - z'^{\frac{3}{2}}\right) + 3\left(\sqrt{z_{баш}} - \sqrt{z'}\right) + \right.$$

$$+\frac{\sqrt{z_{баш}}}{1 - z_{баш}}\ln\frac{\sqrt{z_{баш}} + 1}{\sqrt{z_{баш}} - 1} - \frac{\sqrt{z'}}{1 - z'}\ln\frac{\sqrt{z'} + 1}{\sqrt{z'} - 1} - \frac{3\sqrt{z_{баш}}}{2(1 - z_{баш})} + \frac{3\sqrt{z'}}{2(1 - z')} + \frac{1}{2}\times$$

$$\left.\times\ln\frac{\left(\sqrt{z_{баш}} + 1\right)\left(\sqrt{z'} - 1\right)}{\left(\sqrt{z_{баш}} - 1\right)\left(\sqrt{z'} + 1\right)}\right] + \frac{A_3(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}{2{,}503^3}\left\{\frac{1}{3}\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}{p'}\right]^3 - \frac{1}{3}\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}{p_у}\right]^3 + \right.$$

$$+2\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}{p'}\right]^2 - 2\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}{p_у}\right]^2 + 6\left[\frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p'}{p'} - \frac{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а + p_у}{p_у}\right] +$$

$$\left. + 4\ln\frac{p_у}{p'} - 2\left[\frac{p'}{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}\right]^3 + 2\left[\frac{p_у}{(\Gamma - \overline{\Omega p})p_а}\right]^3\right\}. \qquad (5.69)$$

Значит, при заданных $\gamma_т$, $\gamma_ж$, α_0, $\mu_ж$, l, $q_ж$, $q_а$, $q_т$ и $\overline{\Omega p}$ по уравнению (5.69) можно найти давление у нижнего торца колонны труб, т.е. $p_{баш}$.

В некоторых случаях гидротранспорт твердых тел может осуществляться с помощью вязкопластичной жидкости. При этом движение смеси возможно как при структурном, так и при турбулентном режиме течения.

Очевидно, что и в данном случае возникает необходимость определения потерь давления, а также вывода формул для расчета оптимального расхода жидкости при гидротранспорте по вертикальным и горизонтальным трубам, а также расчета эрлифта с учетом особенностей вязкопластичной жидкости.

6 ГИДРОТРАНСПОРТ ГИДРОСМЕСТЙ С ПОМОЩЬЮ ВЯЗКОПЛАСТИЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

6.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЖИМА ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ ГИДРОСМЕСИ

Выше было показано, что критический параметр Рейнольдса при движении «однородной» вязкопластичной жидкости определяется по формуле (1.38).

Очевидно, что физическое уравнение для $v_{кр}$ при движении вязкопластичной гидросмеси запишется по аналогии с (1.31) с заменой $\rho = \rho_{см}$ и $\eta = \eta_{см}$ ($\rho_{см}$ и $\eta_{см}$ — соответственно плотность и структурная вязкость смеси вязкопластичной жидкости и твердых частиц).

Тогда получим функциональную зависимость

$$\mathrm{Re}_{кр.к.п} = \phi(\mathrm{He}_{см}), \tag{6.1}$$

где $\mathrm{Re}_{кр.см} = \dfrac{v_{кр.см} d \gamma_{см}}{\eta_{см} g}$; $\mathrm{He}_{см} = \dfrac{\tau_0 d^2 \gamma_{см}}{\eta_{см}^2 g}$.

Можно предположить, что в случае отсутствия расхождения между скоростями жидкой и твердой фазы данные, приведенные в табл. 1.2, можно считать справедливыми, а значит, по аналогии с (1.38) можем записать:

$$\mathrm{Re}_{кр.см} = 145{,}842\,\mathrm{He}_{см}^{0,33498}. \tag{6.2}$$

При определении $\mathrm{Re}_{см}$ и $\mathrm{He}_{см}$ значение $\gamma_{см}$ находят по формуле

$$\gamma_{см} = \gamma(1 - \alpha_0) + \gamma_т \alpha_0, \tag{6.3}$$

а структурную вязкость — по формуле Томаса (3.16):

$$\eta_{см} = \eta(1 + 2{,}5\alpha_0 + 10{,}05\,\alpha_0^2 + 0{,}00273\,\mathbf{e}^{16,6\alpha_0}), \tag{6.4}$$

где γ и η — соответственно удельный вес и структурная вязкость однородной вязкопластичной жидкости.

Формулу (6.4) можно представить в следующем виде:

$$\eta_{см} = \eta\left[1 + \frac{2,5 q_т}{q_т + q_ж} + 10,05\left(\frac{q_т}{q_т + q_ж}\right)^2 + 0,00273\, \mathbf{e}^{\frac{16,6 q_т}{q_т + q_ж}}\right]. \qquad (6.5)$$

Таким образом, если

$\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{кр.к.п}$,

то гидросмесь движется при структурном режиме; в противном случае наблюдается турбулентный поток.

6.2. ДВИЖЕНИЕ ГИДРОСМЕСИ ПО ВЕРТИКАЛЬНЫМ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ТРУБАМ ПРИ СТРУКТУРНОМ РЕЖИМЕ ТЕЧЕНИЯ

Потери давления на трение при движении «однородной» вязкопластичной жидкости определяются по формуле (1.29).

По аналогии с расчетной моделью для гидросмеси, составленной из воды и твердых частиц, в соответствии с (1.29) можем записать:

$$\Delta p_{тр} = \frac{l}{2}\left\{\frac{8\eta_{см}(q_ж + q_т)}{\pi R^4} + 2,8066\frac{\tau_0}{R} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left[\frac{8\eta_{см}(q_ж + q_т)}{\pi R^4} + 2,8066\frac{\tau_0}{R}\right]^2 - 4,2116\left(\frac{\tau_0}{R}\right)^2}\right\}. \qquad (6.6)$$

Гравитационная составляющая определяется в соответствии с формулой (6.3).

Тогда по (6.3) и (6.6) разность давлений по концам колонны труб

$$\Delta p = \frac{\gamma q_ж}{q_ж + q_т} + \frac{\gamma_т q_т}{q_ж + q_т} l + \frac{l}{2}\left\{\frac{8\eta_{см}(q_ж + q_т)}{\pi R^4} + \frac{2,8066\tau_0}{R} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left[\frac{8\eta_{см}(q_ж + q_т)}{\pi R^4} + 2,8066\frac{\tau_0}{R}\right]^2 - 4,2116\left(\frac{\tau_0}{R}\right)^2}\right\}. \qquad (6.7)$$

Очевидно, что и в данном случае Δp имеет минимум относительно $q_ж$, т.е. справедливо условие (3.23).

Значит, по формуле (6.7) и условию (3.23) получим следующее выражение для определения $q_ж$, обеспечивающего минимум давления у нижнего торца вертикальной колонны:

$$-\frac{(\gamma_т-\gamma)q_т}{(q_ж+q_т)^2}+\frac{1}{2}\left\{\frac{8}{\pi R^4}\left[\frac{\partial\eta_{см}}{\partial q_ж}(q_ж+q_т)+\eta_{см}\right]+\left[\left(8\eta_{см}\frac{q_ж+q_т}{\pi R^4}+2,8066\frac{\tau_0}{R}\right)^2-\right.\right.$$

$$\left.-4,211\left(\frac{\tau_0}{R}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\frac{8}{\pi R^4}\left(8\eta_{см}\frac{q_ж+q_т}{\pi R^4}+2,8066\frac{\tau_0}{R}\right)\times$$

$$\left.\left.\times\left[\frac{\partial\eta_{см}}{\partial q_ж}(q_ж+q_т)+\eta_{см}\right]\right]\right\}=0. \qquad (6.8)$$

Согласно (6.5)

$$\frac{\partial\eta_{см}}{\partial q_ж}=-\frac{\eta q_т}{(q_т+q_ж)^2}\left(2,5+20,1\frac{q_т}{q_т+q_ж}+0,045318\,e^{\frac{16,6q_т}{q_т+q_ж}}\right). \qquad (6.9)$$

Значит, по (6.9) и (6.8) имеем:

$$-\frac{(\gamma_т-\gamma)q_т}{(q_ж+q_т)^2}+\frac{1}{2}\left\{\frac{8}{\pi R^4}\left[-\frac{\eta q_т}{q_т+q_ж}\left(2,5+20,1\frac{q_т}{q_т+q_ж}+0,045318\,e^{\frac{16,6q_т}{q_т+q_ж}}\right)+\right.\right.$$

$$\left.+\eta_{см}\right]+\frac{8}{\pi R^4}\left[\left(8\eta_{см}\frac{q_ж+q_т}{\pi R^4}+2,8066\frac{\tau_0}{R}\right)^2-4,211\left(\frac{\tau_0}{R}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\times$$

$$\times\left(8\eta_{см}\frac{q_ж+q_т}{\pi R^4}+2,8066\frac{\tau_0}{R}\right)\left[-\frac{\eta q_т}{q_ж+q_т}\left(2,5+20,1\frac{q_т}{q_т+q_ж}+\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+0,045318\,\mathbf{e}^{\frac{16,6q_т}{q_т+q_ж}}\right)+\eta_{см}\right]\right\}=0. \qquad (6.10)$$

Так как

$$\alpha_0=\frac{q_т}{q_т+q_ж},$$

то уравнение (6.10) можно переписать так:

$$-\frac{(\gamma_т-\gamma_0)\alpha_0}{q_ж}+\frac{4}{\pi R^4}\left\{-\alpha_0\eta\left(2,5+20,1\alpha_0+0,045318\,\mathbf{e}^{16,6\alpha_0}\right)+\eta_{см}+\right.$$

$$+\left[\left(\frac{8\eta_{см}q_{ж}}{\pi R^4}\frac{1}{1-\alpha_0}+2,8066\frac{\tau_0}{R}\right)^2-4,211\left(\frac{\tau_0}{R}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{8\eta_{см}q_{ж}}{\pi R^4}\frac{1}{1-\alpha_0}+\right.$$

$$\left.+2,8066\frac{\tau_0}{R}\right)\left[-\alpha_0\eta\left(2,5+20,1\alpha_0+0,0453\cdot 8\,\mathbf{e}^{16,6\alpha_0}\right)+\eta_{см}\right]\Bigg\}=0. \qquad (6.11)$$

Значит, при заданных α, $\gamma_{т}$, $\gamma_{ж}$, R, η и τ_0 по трансцендентному уравнению (6.11) методом последовательных приближений можно найти расход жидкости $q_{ж}$, обеспечивающий минимум разности давлений по концам вертикальной трубы.

По вычисленному $q_{ж}$ и заданной концентрации определяем расход твердых частиц

$$q_{т}=\frac{\alpha_0 q_{ж}}{1-\alpha_0}$$

и удельный вес смеси

$$\gamma_{см}=\gamma(1-\alpha_0)+\gamma_{т}\alpha_0.$$

Затем, зная согласно формуле Томаса $\eta_{см}$, находим параметр Рейнольдса смеси:

$$\mathrm{Re}_{см}=\frac{2(q_{ж}+q_{т})\gamma_{см}}{\pi R\eta_{см}}. \qquad (6.12)$$

Далее определяем параметр Хедстрема смеси:

$$\mathrm{He}_{см}=\frac{\tau_0 d^2\gamma_{см}}{\eta_{см}^2 g}, \qquad (6.13)$$

что позволяет по формуле (6.2) найти $\mathrm{Re}_{кр.см}$.

Если $\mathrm{Re}_{см}<\mathrm{Re}_{кр.см}$, то расчеты продолжаем и находим согласно (2.20) диаметр нетонущей частицы d_0. По фракционному составу устанавливаем средневзвешенный диаметр частицы и согласно неравенствам (2.26) – (2.28) определяем режим обтекания.

Далее по формулам (2.17), (2.21) – (2.25) в зависимости от режима обтекания находим скорость свободного падения частицы v_s. Вычислив по найденному оптимальному $q_{ж}$ среднюю скорость жидкости $v_{ж}$, сравниваем $v_{ж}$ и v_s; при $v_{ж}>v_s$ найденное значение $q_{ж}$ принимается. В противном случае расчеты повторяем при более высоком значении динамического напряжения сдвига.

Если найденное по (6.12) $\mathrm{Re}_{см}$ оказывается больше критического числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_{кр.см}$, вычисленного по (6.2), то гидросмесь движется при турбулентном режиме.

Ранее было показано, что при турбулентном режиме механизм движения вязкопластичной и вязкой жидкостей один и тот же. В этом случае перепад давления определяется по формуле (3.21), а оптимальный расход жидкости — по уравнению (3.25).

При движении вязкопластичной гидросмеси по горизонтальной трубе расчеты ведутся по формуле (6.6) при условии, что $\Delta p_{\text{тр}} = \Delta p$.

Тогда по условию (3.23) получим следующее выражение для определения оптимального расхода жидкости:

$$-\square\alpha_0\eta\left(2{,}5+20{,}1\alpha_0+0{,}0453\square 8\,\mathbf{e}^{16{,}6\alpha_0}\right)+\eta_{\text{см}}+\left[\left(\frac{8\eta_{\text{см}}q_{\text{ж}}}{\pi R^4}\frac{1}{1-\alpha_0}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+2{,}8066\frac{\tau_0}{R}\right)^2-4{,}211\left(\frac{\tau_0}{R}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{\eta_{\text{см}}q_{\text{ж}}}{\pi R^4}\frac{1}{1-\alpha_0}+2{,}8066\frac{\tau_0}{R}\right)\left[-\alpha_0\eta\left(2{,}5+\right.\right.$$

$$\left.\left.+20{,}1\alpha_0+0{,}0453\square 8\,\mathbf{e}^{16{,}6\alpha_0}\right)+\eta_{\text{см}}\right]=0. \qquad (6.14)$$

Таким образом, при заданных α_0, η и R по уравнению (6.14) методом последовательных приближений можно найти оптимальное значение $q_{\text{ж}}$.

6.3. РАСЧЕТ ЭРЛИФТА ПРИ ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ ГИДРОСМЕСИ ПО ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТРУБЕ

Наличие у вязкопластичных жидкостей динамического напряжения сдвига τ_0 снижает возможность проскальзывания пузырьков воздуха относительно жидкости, и при определенных условиях жидкость и воздух будут двигаться практически с одинаковой скоростью. Таким образом, вязкопластичную аэрированную смесь можно рассматривать как «квазигомогенную», т.е. истинная (объемная) и расходная концентрации равны между собой:

$$\varphi = \beta. \qquad (6.15)$$

Модель квазигомогенной вязкопластичной аэрированной смеси впервые была предложена Р.И. Шищенко [26].

Для того чтобы составить уравнение динамического равновесия сил, действующих в дифференциально малом отсеке, ограниченном длиной dx, необходимо составить выражение для гравитационной составляющей dp_G и сил трения $dp_{тр}$.

В соответствии с (6.15)

$$dp_G = \gamma_ж(1-\beta)dx + \gamma_г dx. \quad (6.16)$$

Так как

$$\gamma_г << \gamma_ж,$$

то с высокой точностью можно записать:

$$dp_G = \gamma_ж(1-\beta)dx. \quad (6.17)$$

Согласно (5.3), (5.4)

$$dp_G = \frac{\gamma_ж p}{\Gamma p_а + p}dx, \quad (6.18)$$

где $\Gamma = q_а/q_ж$.

Потери давления на трение на дифференциально малом участке длиной dx находим по формуле [17]

$$dp_{тр} = \frac{\lambda\gamma_ж}{2gd}\left(v_ж + \frac{\gamma_т}{\gamma_ж}v_г\right)^2\left[1+\left(1-\frac{\gamma_г}{\gamma_ж}\right)\frac{v_г}{v_ж + \frac{\gamma_г}{\gamma_ж}v_г}\right]dx$$

или с высокой точностью по выражению

$$dp_{тр} = \frac{\lambda\gamma_ж v_ж^2}{2gd}\left(1+\frac{\gamma_г}{\gamma_ж}\frac{v_г}{v_ж}\right)^2\left(1+\frac{v_г}{v_ж}\right)dx.$$

Значит,

$$dp_{тр} = \frac{\lambda\gamma_ж v_ж^2}{2gd}\left(1+\frac{\gamma_г}{\gamma_ж}\frac{q_г}{q_ж}\right)^2\left(1+\frac{q_г}{q_ж}\right)dx. \quad (6.19)$$

Из определения расходного газосодержания

$$q_г = \frac{q_ж\beta}{1-\beta}. \quad (6.20)$$

По (6.19) и (6.20)

$$dp_{тр} = \frac{\lambda\gamma_ж v_ж^2}{2gd}\frac{1-\beta+\frac{\gamma_г}{\gamma_ж}\beta}{(1-\beta)^2}dx.$$

Так как $\gamma_г << \gamma_ж$, то

$$dp_{тр} = \frac{\lambda\gamma_ж v_ж^2}{2gd}\frac{1}{1-\beta}dx. \qquad (6.21)$$

Согласно формуле Блазиуса

$$\lambda = 0{,}297858\left(\frac{\eta gd}{\gamma_ж q_ж}\right)^{0{,}25}. \qquad (6.22)$$

Так как $v_ж = 4q_ж/\pi d^2$, то по (6.21) и (6.22) получим

$$dp_{тр} = \frac{0{,}241435\eta^{0{,}25}q_ж^{1{,}75}\gamma_ж^{0{,}75}}{g^{0{,}75}d^{4{,}75}}\frac{dx}{1-\beta}. \qquad (6.23)$$

Из определения для β следует, что при изотермическом расширении газа

$$1-\beta = \frac{p}{p+\Gamma p_а}. \qquad (6.24)$$

По выражениям (6.23) и (6.24) имеем:

$$dp_{тр} = \frac{0{,}241435\eta^{0{,}25}q_ж^{1{,}75}\gamma_ж^{0{,}75}}{g^{0{,}75}d^{4{,}75}}\frac{\Gamma p_а + p}{p}dx. \qquad (6.25)$$

Так как

$$dp = dp_G + dp_{тр}, \qquad (6.26)$$

то по (6.18), (6.25) и (6.26) можем записать:

$$dp = \left(\frac{p}{\Gamma p_а + p} + \frac{0{,}241435\eta^{0{,}25}q_ж^{1{,}75}}{g^{0{,}75}d^{4{,}75}\gamma_ж^{0{,}25}}\frac{\Gamma p_а + p}{p}\right)\gamma_ж dx.$$

Значит,

$$\gamma_ж l = \int_{p_у}^{p_{баш}} \frac{dp}{\dfrac{p}{\Gamma p_а + p}\left[1 + A_4\left(\dfrac{\Gamma p_а + p}{p}\right)^2\right]}, \qquad (6.27)$$

где $A_4 = \dfrac{0{,}241435\eta^{0{,}25}q_ж^{1{,}75}}{g^{0{,}75}d^{4{,}75}\gamma_ж^{0{,}25}}$.

По выражению (6.27)

$$\gamma_{ж} l = \int\limits_{p_{у}}^{p_{баш}} \frac{(\Gamma p_{а} p + p^2)dp}{p^2 + A_4 (p + \Gamma p_{а})^2},$$

или

$$\gamma_{ж} l = \int\limits_{p_{у}}^{p_{баш}} \frac{(\Gamma p_{а} p + p^2)dp}{(A_4 + 1)p^2 + 2A_4 \Gamma p_{а} p + A_4 (\Gamma p_{а})^2}.$$

Отсюда

$$\gamma_{ж} l = \Gamma p_{а} \int\limits_{p_{у}}^{p_{баш}} \frac{p dp}{(A_4 + 1)p^2 + 2A_4 \Gamma p_{а} p + A_4 (\Gamma p_{а})^2} +$$

$$+ \int\limits_{p_{у}}^{p_{баш}} \frac{p^2 dp}{(A_4 + 1)p^2 + 2A_4 \Gamma p_{а} p + A_4 (\Gamma p_{а})^2}. \qquad (6.28)$$

Для того чтобы раскрыть интегралы в (6.28), необходимо сначала определить знак при коэффициенте Δ:

$$\Delta = 4(A_4 + 1)A_4 (\Gamma p_{а})^2 - 4A_4^2 (\Gamma p_{а})^2,$$

или

$$\Delta = 4A_4 (\Gamma p_{а})^2. \qquad (6.29)$$

Так как $A_4 > 0$, то и $\Delta > 0$.

Тогда, раскрыв интегралы в (6.28), получим:

$$\gamma_{ж} l = \frac{p_{баш} - p_{у}}{A_4 + 1} + \frac{\Gamma p_{а}(1 - A_4)}{2(A_4 + 1)^2} \ln \frac{(A_4 + 1)p_{баш}^2 + 2A_4 \Gamma p_{а} p_{баш} + A_4 (\Gamma p_{а})^2}{(A_4 + 1)p_{у}^2 + 2A_4 \Gamma p_{а} p_{у} + A_4 (\Gamma p_{а})^2} -$$

$$- \frac{2\Gamma p_{а} \sqrt{A_4}}{(1 + A_4)^2} \left[\operatorname{arctg} \frac{(A_4 + 1)p_{баш} + A_4 \Gamma p_{а}}{\Gamma p_{а} \sqrt{A_4}} - \operatorname{arctg} \frac{(A_4 + 1)p_{у} + A_4 \Gamma p_{а}}{\Gamma p_{а} \sqrt{A_4}} \right]. \qquad (6.30)$$

Для того чтобы использовать уравнение (6.30) в случае гидротранспорта вязкопластичной смеси с помощью эрлифта, необходимо подставить в это выражение вместо $\gamma_{ж}$ удельный вес смеси жидкости и твердой фазы, т.е.

$$\gamma_{ж}(1 - \alpha_0) + \gamma_{т} \alpha_0,$$

вместо расхода жидкости — расход смеси жидкости и твердой фазы

$q_ж + q_т$

и вместо структурной вязкости жидкости — структурную вязкость вязкопластичной жидкости и твердой фазы по формуле Томаса.

Проведем расчеты по определению l при следующих исходных данных: $\gamma_ж = 1{,}2\cdot10^4$ Н/м^3, $\gamma_т = 2{,}6\cdot10^4$ Н/м^3, $\alpha_0 = 0{,}15$, $\eta = 0{,}01$ Па·с, $p_у = 10^5$ Па, $q_ж = 0{,}02$ м^3/с, $q_т = 0{,}003529$ м^3/с, $d = 0{,}15$ м, а также при различных значениях $p_{баш}$ и Γ.

В (6.30) вместо $\gamma_ж$ подставляем $\gamma_{см} = 1{,}2\cdot10^4\cdot(1-0{,}15)+2{,}6\times10^4\cdot0{,}15 = 1{,}41\cdot10^4$ Н/м^3.

Чтобы найти A_4, вычислим $\eta_{см}$ по (3.16):

$$\eta_{см} = 0{,}01\cdot(1+0{,}375+0{,}2261+0{,}03293) = 0{,}01634 \text{ Па·с};$$

$$q_{см} = 0{,}023529 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Тогда

$$A_4 = \frac{0{,}241435\cdot 0{,}3575\cdot 0{,}0014136}{5{,}54309\cdot 0{,}000122\cdot 10{,}8969} = 0{,}01656.$$

При принятых исходных данных, подсчитанном A_4, а также замене $\gamma_ж$ на $\gamma_{см}$ выражение (6.30) перепишется так:

$$1{,}41\cdot10^4 l = \frac{p_{баш}-10^5}{1{,}01656} + 0{,}47583\cdot10^5\Gamma\times$$

$$\times\ln\frac{1{,}01656p_{баш}^2 + 0{,}03312\cdot10^5\Gamma p_{баш} + 0{,}01656\cdot10^{10}\Gamma^2}{1{,}01656\cdot10^{10} + 0{,}03312\cdot10^{10}\Gamma + 0{,}01656\cdot10^{10}\Gamma^2} -$$

$$-0{,}06646\cdot10^5\Gamma\left(\operatorname{arctg}\frac{1{,}01656p_{баш} + 0{,}01656\cdot10^5\Gamma}{0{,}128686\cdot10^5\Gamma} -\right.$$

$$\left.-\operatorname{arctg}\frac{1{,}01656 + 0{,}01656\Gamma}{0{,}128686\Gamma}\right). \tag{6.31}$$

В табл. 6.1 приведены результаты расчетов по уравнению (6.31).

Таким образом, при заданной длине колонны труб и $\Gamma = q_а/q_ж$ по табл. 6.1 можно найти давление у нижнего торца

Таблица 6.1

$p_{баш}$, 10^5 Па	Значение l, м, при различных Г, $м^3/м^3$			$p_{баш}$, 10^5 Па	Значение l, м, при различных Г, $м^3/м^3$		
	20	30	40		20	30	40
20	217,4	448,4	487,2	65	859,1	992,8	1103,2
25	453,3	525,8	577,7	70	903,9	1042,5	1157,7
30	512,1	595,6	657,8	75	948,0	1091,1	1210,9
35	567,4	661,0	732,2	80	991,6	1138,9	1262,9
40	620,0	722,1	801,5	85	1034,6	1186,0	1313,9
45	670,5	780,2	867,1	90	1077,1	1232,3	1363,9
50	719,4	870,9	929,5	95	1119,3	1278,0	1413,2
55	767,0	889,8	989,4	100	1161,0	1323,2	1461,8
60	813,5	942,0	1047,2				

колонны труб. Из таблицы видно, что при одном и том же l увеличение Г приводит к заметному снижению давления у нижнего торца $p_{баш}$, а следовательно, давления нагнетания $p_н$.

7 ÄÂÈÆÅÍÈÅ ÃÈÄÐÎÑÌÅÑÈ ÏÎ ÒÐÓÁÀÌ, ÏÎÊÐÛÒÛÌ ÝÌÀËÜÞ

Снижение потерь давления на трение имеет большое практическое значение в связи с необходимостью уменьшения энергетических затрат.

В работе [15] показано, что при использовании труб, покрытых эмалью, значительно снижаются потери давления на трение, или уменьшается диаметр, или увеличивается пропускная способность труб. Исследования были проведены для случая, когда по трубе движется либо вода, либо воздух. Используем результаты, приведенные в работе [15], для решения гидродинамических задач, связанных с движением гидросмеси по вертикальным и горизонтальным трубам.

Экспериментальными исследованиями, посвященными движению воды по трубе, покрытой эмалью, было установлено, что коэффициент гидравлических сопротивлений при турбулентном режиме течения определяется по формуле

$$\lambda = \frac{0,2028}{\mathrm{Re}^{0,25}}. \tag{7.1}$$

Выше было показано, что для расчета потерь давления на трение при движении гидросмеси можно использовать выражение для определения λ при течении однородной жидкости с заменой критерия Рейнольдса Re на критерий Рейнольдса по смеси $\mathrm{Re}_{\text{см}}$.

Значит, по аналогии с (3.11) с помощью (7.1) можно записать:

$$\lambda_{\text{см}} = 0,2028 \left(\frac{\mu_{\text{см}} g}{v_{\text{см}} d \gamma_{\text{см}}} \right)^{0,25}. \tag{7.2}$$

Тогда по (3.9) и (7.2)

$$\Delta p_{\text{тр}} = \frac{0,1014 \mu_{\text{см}}^{0,25} \gamma_{\text{см}}^{0,75} l v_{\text{см}}^{1,75}}{g^{0,75} d^{1,25}}. \tag{7.3}$$

По формуле (7.3) и условию (3.23) получим выражение для определения расхода жидкости, обеспечивающего минимум потерь давления:

$$-1+\frac{0,154747\mu^{0,25}}{g^{0,75}d^{4,75}}\frac{\left(13,55q_{\text{т}}^2+4q_{\text{т}}q_{\text{ж}}+q_{\text{ж}}^2\right)^{0,25}\left(\gamma_{\text{ж}}q_{\text{ж}}+\gamma_{\text{т}}q_{\text{т}}\right)^{0,75}\left(q_{\text{ж}}+q_{\text{т}}\right)^{2,5}}{q_{\text{т}}(\gamma_{\text{т}}-\gamma_{\text{ж}})}\times$$

$$\times\left(\frac{q_{\text{т}}+0,5q_{\text{ж}}}{13,55q_{\text{т}}^2+4q_{\text{т}}q_{\text{ж}}+q_{\text{ж}}^2}+\frac{0,75\gamma_{\text{ж}}}{\gamma_{\text{ж}}q_{\text{ж}}+\gamma_{\text{т}}q_{\text{т}}}+\frac{0,5}{q_{\text{ж}}+q_{\text{т}}}\right)=0 \qquad (7.4)$$

или

$$-1+\text{А}_1\frac{\left(13,55+4q_{\text{ж}}^*+q_{\text{ж}}^{*2}\right)^{0,25}\left(q_{\text{ж}}^*+\gamma_{\text{т}}^*\right)^{0,75}\left(1+q_{\text{ж}}^*\right)^{1,5}}{\gamma_{\text{т}}^*-1}\left[\frac{\left(1+0,5q_{\text{ж}}^*\right)\left(1+q_{\text{ж}}^*\right)}{13,55+4q_{\text{ж}}^*+4q_{\text{ж}}^{*2}}+\right.$$

$$\left.+\frac{0,75\left(1+q_{\text{ж}}^*\right)}{q_{\text{ж}}^*+\gamma_{\text{т}}^*}+0,5\right]=0, \qquad (7.5)$$

где $\text{А}_1=\dfrac{0,154747\mu^{0,25}q_{\text{т}}^{1,75}}{\gamma_{\text{ж}}^{0,25}g^{0,75}d^{4,75}}$; $q_{\text{ж}}^*=q_{\text{ж}}/q_{\text{т}}$; $\gamma_{\text{т}}^*=\gamma_{\text{т}}/\gamma_{\text{ж}}$.

Уравнение (7.5) совпадает с (3.25); расхождение между ними заключается в различии значений А.

Очевидно, что для определения оптимального $q_{\text{ж}}^*$ по уравнению (7.5) можно использовать результаты, приведенные в табл. 3.5, при условии А = А$_1$.

Потери давления при движении гидросмеси по горизонтальной трубе, покрытой эмалью, по аналогии с (4.16) и с учетом (7.2) можно найти так:

$$\Delta p=0,154747\frac{\mu^{0,25}\gamma_{\text{см}}^{0,75}lq_{\text{см}}^{1,75}}{g^{0,75}d^{4,75}}\times$$

$$\times\left(1+2,5\alpha_0+10,05\alpha_0^2+0,00273\mathbf{e}^{16,6\alpha_0}\right)^{0,25}. \qquad (7.6)$$

Условие, при котором соблюдается минимум потерь давления, в данном случае определяется также по уравнению (4.15) или данным табл. 4.2.

Для гидродинамических расчетов эрлифта в случае использования труб, покрытых эмалью, расчеты следует проводить по уравнению (5.19) при условии, что коэффициент 0,388708 уменьшается в 1,56 раза. Значит, получаем:

$$\frac{\gamma_{\text{ж}} l}{p_{\text{а}}} = \frac{1}{1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}-1\right)} \frac{q_{\text{а}}}{q_{\text{ж}}} \ln \frac{\frac{q_{\text{ж}}}{q_{\text{а}}}\frac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{а}}}+0,19}{\frac{q_{\text{ж}}}{q_{\text{а}}}+0,19} + \frac{1}{1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}-1\right)} \times$$

$$\times\left(\frac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{а}}} - 1 - 0,19\frac{q_{\text{а}}}{q_{\text{ж}}} \ln \frac{\frac{q_{\text{ж}}}{q_{\text{а}}}\frac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{а}}}+0,19}{\frac{q_{\text{ж}}}{q_{\text{а}}}+0,19}\right) + \frac{0,24917 q_{\text{ж}}^{*1,75} q_{\text{а}}}{q_{\text{ж}}}\left(1+\frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}\right)^{0,75} \times$$

$$\times\left(1 + 2,5\alpha_0 + 10,05\alpha_0^2 + 0,00273\,\mathbf{e}^{16,6\alpha_0}\right)^{0,25} \times$$

$$\times\left[\frac{1}{5}\left(\xi_{\text{баш}}^{\frac{5}{2}} - \xi_{\text{а}}^{\frac{5}{2}}\right) + \frac{2}{3}\left(\xi_{\text{баш}}^{\frac{3}{2}} - \xi_{\text{а}}^{\frac{3}{2}}\right) + 3\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}} - \sqrt{\xi_{\text{а}}}\right) + \right.$$

$$+ \frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1-\xi_{\text{баш}}} \ln\frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}+1}{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-1} - \frac{\sqrt{\xi_{\text{а}}}}{1-\xi_{\text{а}}} \ln\frac{\sqrt{\xi_{\text{а}}}+1}{\sqrt{\xi_{\text{а}}}-1} - \frac{1,5\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1-\xi_{\text{баш}}} +$$

$$\left. + \frac{1,5\sqrt{\xi_{\text{а}}}}{1-\xi_{\text{а}}} + \frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}+1\right)\left(\sqrt{\xi_{\text{а}}}-1\right)}{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-1\right)\left(\sqrt{\xi_{\text{а}}}+1\right)}\right]. \qquad (7.7)$$

По всем вышеприведенным уравнениям можно проводить необходимые расчеты так, как это было показано для труб, свободных от покрытия.

Предложенные выражения, полученные для негазированных гидросмесей, могут быть использованы при решении технологических вопросов, связанных с бурением скважин с помощью двойной бурильной колонны.

В этом случае гидротранспорт выбуренной породы осуществляется обратной циркуляцией промывочной жидкости, т.е. жидкость закачивается в пространство между внешней и центральной колоннами бурильных труб, а вынос разбуренной породы происходит по центральной колонне. Помимо этого бурение скважины двойной бурильной колонной может сопровождаться непрерывным выносом керна, сформированного в виде цилиндра определенной длины и диаметра.

Возникает необходимость решить следующие задачи: 1) определить потери давления, а значит, и давление нагнетания в зависимости от механической скорости проходки и расхода промывочной жидкости в случае, когда выбуренная порода представлена в виде «шлама»; 2) вычислить скорость движения керна; 3) рассчитать расход жидкости, при котором происходит эффективный гидротранспорт керна; 4) определить зазор между внешней и центральной колоннами бурильных труб, при котором потери давления минимальны; 5) рассмотреть перечисленные задачи как при промывке скважины водой, так и в случае использования глинистого раствора.

8 ВОПРОСЫ ГИДРОТРАНСПОРТА ПРИ БУРЕНИИ СКВАЖИН ДВОЙНОЙ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННОЙ

8.1. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ В СЛУЧАЕ, КОГДА ВЫБУРЕННАЯ ПОРОДА ПРЕДСТАВЛЕНА В ВИДЕ "ШЛАМА"

Давление у нижнего торца двойной бурильной колонны, или забойное давление, согласно формуле (3.21) можно найти так:

$$p_{\text{заб}} = \frac{\gamma_{\text{ж}} q_{\text{ж}} + \gamma_{\text{т}} q_{\text{т}}}{q_{\text{ж}} + q_{\text{т}}} l + \frac{0{,}24143 l \mu^{0{,}25}}{g^{0{,}75} d^{4{,}75}} \left(13{,}55 q_{\text{т}}^2 + 4{,}5 q_{\text{т}} q_{\text{ж}} + q_{\text{ж}}^2\right)^{0{,}25} \times$$

$$\times \left(\gamma_{\text{ж}} q_{\text{ж}} + \gamma_{\text{т}} q_{\text{т}}\right)^{0{,}75} \left(q_{\text{ж}} + q_{\text{т}}\right)^{0{,}5}. \tag{8.1}$$

При механической скорости проходки $v_{\text{мех}}$ расход выбуренной породы $q_{\text{т}}$ определим как

$$q_{\text{т}} = \pi R^2 v_{\text{мех}} (1 - m), \tag{8.2}$$

где m — пористость выбуриваемой породы.

С другой стороны,

$$p_{\text{заб}} = p_{\text{н}} + \gamma_{\text{ж}} l - \Delta p_{\text{к.п}}, \tag{8.3}$$

где $p_{\text{н}}$ — давление нагнетания; $\Delta p_{\text{к.п}}$ — потери давления в кольцевом пространстве, образованном между внешней и центральной колоннами бурильных труб.

Если r_3 — радиус внутренней полости внешней колонны, а r_2 — радиус внешней поверхности центральной колонны, то для определения $\Delta p_{\text{к.п}}$ при условии турбулентного режима течения в соответствии с формулой Дарси—Вейсбаха можем составить следующее выражение:

$$\Delta p_{\text{к.п}} = \lambda_{\text{к.п}} \frac{\gamma_{\text{ж}} l v_{\text{к.п}}^2}{4g(r_3 - r_2)}. \tag{8.4}$$

Согласно формуле Блазиуса

$$\lambda_{\text{к.п}} = 0{,}3164 \left[\frac{\mu_{\text{ж}} g}{2 v_{\text{к.п}} (r_3 - r_2) \gamma_{\text{ж}}}\right]^{0{,}25}. \tag{8.5}$$

Тогда

$$\Delta p_{\text{к.п}} = \frac{0{,}066515 \mu_{\text{ж}}^{0{,}25} \gamma_{\text{ж}}^{0{,}75} l v_{\text{к.п}}^{1{,}75}}{(r_3 - r_2)^{1{,}25} g^{0{,}75}}. \quad (8.6)$$

Так как

$$v_{\text{к.п}} = \frac{q_{\text{ж}}}{\pi (r_3^2 - r_2^2)},$$

то

$$\Delta p_{\text{к.п}} = \frac{0{,}066515 \mu_{\text{ж}}^{0{,}25} \gamma_{\text{ж}}^{0{,}75} l q_{\text{ж}}^{1{,}75}}{\pi^{1{,}75} (r_3^2 - r_2^2)^{1{,}75} (r_3 - r_2)^{1{,}25} g^{0{,}75}}. \quad (8.7)$$

Значит, по (8.7) и (8.3)

$$p_{\text{заб}} = p_{\text{н}} + \gamma_{\text{ж}} l - \frac{0{,}066515 \mu_{\text{ж}}^{0{,}25} \gamma_{\text{ж}}^{0{,}75} l q_{\text{ж}}^{1{,}75}}{\pi^{1{,}75} (r_3^2 - r_2^2)^{1{,}75} (r_3 - r_2)^{1{,}25} g^{0{,}75}}. \quad (8.8)$$

Из равенства значений $p_{\text{заб}}$, рассчитанных по (8.1) и (8.8), получим следующее выражение для определения давления нагнетания:

$$p_{\text{н}} = \frac{\gamma_{\text{т}} - \gamma_{\text{ж}}}{q_{\text{ж}} + q_{\text{т}}} q_{\text{т}} l + \frac{0{,}066515 \mu_{\text{ж}}^{0{,}25} \gamma_{\text{ж}}^{0{,}75} l q_{\text{ж}}^{1{,}75}}{\pi^{1{,}75} (r_3^2 - r_2^2)^{1{,}75} (r_3 - r_2)^{1{,}25} g^{0{,}75}} + \frac{0{,}24143 l \mu_{\text{ж}}^{0{,}25}}{g^{0{,}75} d^{4{,}75}} \Big(13{,}55 q_{\text{т}}^2 +$$

$$+ 4{,}5 q_{\text{т}} q_{\text{ж}} + q_{\text{ж}}^2\Big)^{0{,}25} \left(\gamma_{\text{ж}} q_{\text{ж}} + \gamma_{\text{т}} q_{\text{т}}\right)^{0{,}75} \left(q_{\text{ж}} + q_{\text{т}}\right)^{0{,}5}. \quad (8.9)$$

При значении $v_{\text{мех}}$, а следовательно, и $q_{\text{т}}$ значение $p_{\text{заб}}$ по аналогии с (3.21) имеет минимум относительно $q_{\text{ж}}$. Таким образом, расход жидкости можно определить по уравнению (3.25). Значит, при заданных $v_{\text{мех}}$ и m по формуле (8.2) находим $q_{\text{т}}$, что позволяет вычислить

$$A = \frac{0{,}24143 \mu_{\text{ж}}^{0{,}25} q_{\text{т}}^{1{,}75}}{\gamma_{\text{ж}}^{0{,}25} g^{0{,}75} d^{4{,}75}}.$$

Тогда по трансцендентному уравнению (3.25) определяем расход жидкости. Отметим, что многими исследователями была установлена зависимость между буримостью породы и забойным давлением, т.е. факт увеличения $v_{\text{мех}}$ с уменьшением $p_{\text{заб}}$.

В табл. 8.1 приведены значения $q_{\text{т}}$, найденные при $m = 0{,}2$ и различных R и $v_{\text{мех}}$, представляющих интерес для практики проводки скважин двойной и бурильной колонной.

Таблица 8.1

R, м	$q_т$, м^3/с, при различных $v_{мех}$, м/ч						
	100	200	300	400	500	600	700
0,0420	0,000123	0,000246	0,000369	0,000492	0,000616	0,000738	0,000861
0,0465	0,000151	0,000302	0,000453	0,000604	0,000755	0,000906	0,001057
0,0560	0,000219	0,000438	0,000657	0,000876	0,001095	0,001314	0,001533
0,0755	0,000398	0,000796	0,001194	0,001599	0,001990	0,002388	0,002786
0,0960	0,000643	0,001287	0,001930	0,002574	0,003217	0,003860	0,004504

Из табл. 8.1 видно, что расход твердой фазы может быть значительным.

По уравнению (3.25) найдем оптимальные значения $q^*_ж$ при $\mu_ж = 10^{-3}$ Па·с, $\gamma_ж = 10^4$ Н/м^3, $\gamma^*_т = 2{,}6$ и различных $v_{мех}$, R и внутреннем диаметре d центральной колонны (табл. 8.2).

Так как $q^*_ж = q_ж/q_т$, то по данным, приведенным в табл. 8.1 и 8.2, были найдены значения $q_ж$, приведенные в табл. 8.3.

Таблица 8.2

R, м	$q^*_ж$ при различных $v_{мех}$, м/ч						
	100	200	300	400	500	600	700
				$d = 0{,}042$ м			
0,0420	15,1	9,4	7,4	5,6	4,8	4,3	3,7
0,0465	13,5	8,4	6,1	4,7	4,1	3,5	3,0
				$d = 0{,}054$ м			
0,0560	15,5	10,5	7,8	6,3	5,2	4,5	3,9
0,0755	11,0	6,7	4,7	3,9	3,2	2,7	2,4
				$d = 0{,}065$ м			
0,0960	11,4	6,7	4,9	3,9	3,3	2,8	2,5

Таблица 8.3

R, м	$q_ж$,10^{-3} м^3/с, при различных $v_{мех}$, м/ч						
	100	200	300	400	500	600	700
				$d = 0{,}042$ м			
0,0420	1,857	2,312	2,731	2,755	2,957	3,173	3,186
0,0465	2,038	2,537	2,763	2,838	3,095	3,171	3,171
				$d = 0{,}054$ м			
0,0560	3,394	4,595	5,125	5,519	5,694	5,913	5,979
0,0755	4,376	5,333	5,612	6,209	6,368	6,448	6,668
				$d = 0{,}065$ м			
0,0960	7,330	8,622	9,457	10,039	10,616	10,808	11,260

Данные, приведенные в табл. 8.1 и 8.3, позволяют по формуле (7.9) определить давление нагнетания. Для проведения расчетов принято, что при d = 0,042 м или r_2 = 0,024 м r_3 = = 0,0305 м; при d = 0,054 м или r_2 = 0,030 м r_3 = 0,0385 м; при d = 0,065 м или r_2 = 0,0375 м r_3 = 0,048 м. Расчеты проводились при $\gamma_т = 2{,}6 \cdot 10^4$ Н/м^3, $\gamma_ж = 10^4$ Н/м^3, μ = = 0,001 Па·с, l = 100 м.

Очевидно, что при $l \neq 100$ м значение $p_н$ изменяется в кратное число раз по сравнению с данными, приведенными в табл. 8.4.

Согласно (2.8) при Re > 1500 скорость свободного падения частицы диаметром $d_т$ можно определить по формуле

$$v_s = 0{,}66395\sqrt{\frac{d_т(\gamma_т - \gamma)g}{\gamma}}. \tag{8.10}$$

В табл. 8.5 приведены значения v_s при различных $d_т$. Здесь же даны значения параметра Рейнольдса Re при обтекании частицы

$$\mathrm{Re} = \frac{v_s d_т \gamma}{\mu g}.$$

По данным, приведенным в табл. 8.3, были найдены значения средней скорости движения жидкости в трубе v (табл. 8.6).

Таблица 8.4

R, м	$p_н$, 10^5 Па, при различных $v_{мех}$, м/ч						
	100	200	300	400	500	600	700
				d = 0,042 м			
0,0420	2,555	3,942	5,235	5,991	6,716	7,302	8,554
0,0465	2,973	4,575	5,810	6,726	7,878	8,761	9,516
				d = 0,054 м			
0,0560	2,527	4,439	5,508	6,925	6,974	7,760	8,400
0,0755	3,289	4,963	7,190	8,754	9,926	10,971	12,142
				d = 0,065 м			
0,0960	3,289	4,963	6,365	7,618	8,829	9,870	11,000

Таблица 8.5

$d_т$, м	v_s, м/с	Re	$d_т$, м	v_s, м/с	Re
0,007	0,22007	1570,33	0,014	0,31123	4416,11
0,008	0,23527	1918,61	0,016	0,33272	5426,6
0,010	0,26304	2681,34	0,018	0,35290	6475,23
0,012	0,28815	3524,77	0,020	0,37199	758 300

Таблица 8.6

R, м	v, м/с, при различных $v_{мех}$, м/ч						
	100	200	300	400	500	600	700
d = 0,042 м							
0,0420	1,340	1,669	1,971	1,988	2,134	2,290	2,300
0,0465	1,471	1,831	1,994	2,048	2,234	2,289	2,289
d = 0,054 м							
0,0560	1,482	2,006	2,238	2,410	2,486	2,582	2,611
0,0755	1,911	2,327	2,450	2,711	2,780	2,815	2,911
d = 0,065 м							
0,0960	2,227	2,598	2,850	3,025	3,199	3,257	3,393

Из сравнения данных, приведенных в табл. 8.5 и 8.6, видно, что во всех случаях $v > v_s$, т.е. имеет место вынос выбуренной частицы.

Таким образом, приведенные соотношения позволяют рассчитать все технологические параметры, связав их с механической скоростью проходки скважины.

Из данных табл. 8.4 следует, что с увеличением глубины скважины давление нагнетания может возрасти и ограничить тем самым возможность использования двойной бурильной колонны.

Поэтому представляется целесообразным исследовать возможность применения аэрированных смесей, что должно обусловить снижение $p_{баш}$, а значит, и $p_н$.

8.1.1. **ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ В СЛУЧАЕ БУРЕНИЯ СКВАЖИНЫ ДВОЙНОЙ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННОЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЭРИРОВАННЫХ СМЕСЕЙ**

В данном случае нисходящий поток аэрированной смеси, движущейся в пространстве между внешней и центральной колоннами, не содержит твердой фазы; в внутренней полости наблюдается движение смеси, состоящей из воздуха (газ), жидкости и выбуренной породы достаточно высокой концентрации.

Для расчета нисходящего потока истинная (объемная) концентрация по формуле Н.Г. Леонова и В.И. Исаева определяется так:

$$\varphi = \frac{\sqrt{\mathrm{Fr}}}{\sqrt{\mathrm{Fr}} - 0,45}\beta, \tag{8.11}$$

где Fr — параметр Фруда,

$$\mathrm{Fr} = \frac{q_{ж}^2}{2\pi^2 g\left(r_3 - r_2\right)\left(r_3^2 - r_2^2\right)^2\left(1 - \beta\right)^2}. \tag{8.12}$$

Так как

$$\beta = \frac{\frac{q_{а}}{q_{ж}}\frac{p_{а}}{p}}{\frac{q_{а}}{q_{ж}}\frac{p_{а}}{p} + 1}, \tag{8.13}$$

то выражение (8.12) можем переписать в следующем виде:

$$\mathrm{Fr} = \frac{q_{ж}^2\left(\frac{q_{а}}{q_{ж}}\frac{p_{а}}{p} + 1\right)^2}{2\pi^2 g\left(r_3 - r_2\right)\left(r_3^2 - r_2^2\right)^2}. \tag{8.14}$$

При $r_3 = 0{,}0305$ м и $r_2 = 0{,}024$ м

$$\mathrm{Fr} = 6\,330\,939{,}88 q_{ж}^2\left(\frac{q_{а}}{q_{ж}}\frac{p_{а}}{p} + 1\right)^2. \tag{8.15}$$

Из (8.14) следует, что даже при $q_{а}/q_{ж} = 20$, $p/p_{а} = 30$, а также $q_{ж} \geq 0{,}001$ м^3/с можно заменить

$$\frac{\sqrt{\mathrm{Fr}}}{\sqrt{\mathrm{Fr}} - 0,45} \approx 1.$$

К такому же результату можем прийти при $r_2 = 0{,}027$ м и $r_3 = 0{,}0385$ м, а также при $r_2 = 0{,}0325$ м и $r_3 = 0{,}048$ м.

Поэтому в соответствии с (8.11) запишем

$$\varphi = \beta. \tag{8.16}$$

Значит, согласно (5.11), (5.12) и (8.16)

$$dp_{тр} = 0,241434\frac{\mu^{0,25}\gamma_{ж}^{0,75}q_{ж}}{g^{0,75}(D - d_{н})^{4,75}}\left(\frac{\Gamma p_{а} + p}{p}\right)^{1,53} dx, \tag{8.17}$$

где D — внутренний диаметр внешней колонны бурильных труб; $d_{н}$ — наружный диаметр внутренней трубы.

Для дифференциально малого объема смеси, ограниченного высотой, составим следующее уравнение динамического равновесия:

$$-dp + \gamma_{\text{ж}}(1 - \varphi)dx - dp_{\text{тр}} = 0. \tag{8.18}$$

Тогда по (8.16) − (8.18)

$$dp = \left[\frac{p\gamma_{\text{ж}}}{\Gamma p_{\text{а}} + p} - \frac{0,241434\mu^{0,25}\gamma_{\text{ж}}^{0,75}q_{\text{ж}}^{1,75}}{g^{0,75}(D-d)^{4,75}}\left(\frac{\Gamma p_{\text{а}} + p}{p}\right)^{1,53}\right]dx.$$

Разделив переменные, получим

$$\gamma_{\text{ж}} l = \int_{p_{\text{н}}}^{p_{\text{баш}}} \frac{(\Gamma p_{\text{а}} + p)dp}{p\left[1 - a_1\left(\frac{\Gamma p_{\text{а}} + p}{p}\right)^{2,53}\right]}, \tag{8.19}$$

где $a_1 = \dfrac{0,241434\mu^{0,25}q_{\text{ж}}^{1,75}}{g^{0,75}(D-d_{\text{н}})^{4,75}\gamma_{\text{ж}}^{0,25}}$.

Можно убедиться в том, что

$$a_1\left(\frac{\Gamma p_{\text{а}} + p}{p}\right)^{2,53} << 1.$$

Соотношение (7.19) заменим выражением

$$\gamma_{\text{ж}} l = \Gamma p_{\text{а}} \int_{p_{\text{у}}}^{p_{\text{баш}}} \frac{dp}{p} + \int_{p_{\text{у}}}^{p_{\text{баш}}} dp + a_1 \int_{p_{\text{у}}}^{p_{\text{баш}}} \left(\frac{\Gamma p_{\text{а}} + p}{p}\right)^{3,53} dp. \tag{8.20}$$

Для того чтобы раскрыть третий интеграл правой части выражения (7.20), проведем последовательно следующие две замены:

$$\chi = \frac{\Gamma p_{\text{а}} + p}{p}, \ \chi = y_1^2.$$

Тогда получим

$$a_1 \int_{p_{\text{н}}}^{p_{\text{баш}}} \left(\frac{\Gamma p_{\text{а}} + p}{p}\right)^{3,53} dp = -2a\Gamma p_{\text{а}}\left[\frac{\chi_{\text{баш}}^{\frac{5}{2}} - \chi_{\text{н}}^{\frac{5}{2}}}{5} + \frac{2}{3}\left(\chi_{\text{баш}}^{\frac{3}{2}} - \chi_{\text{н}}^{\frac{3}{2}}\right) + 3\left(\sqrt{\chi_{\text{баш}}} - \right.\right.$$

$$\left. - \sqrt{\chi_{\text{н}}}\right) + \frac{\sqrt{\chi_{\text{баш}}}}{1-\chi_{\text{баш}}}\ln\frac{\sqrt{\chi_{\text{баш}}}+1}{\sqrt{\chi_{\text{баш}}}-1} - \frac{\sqrt{\chi_{\text{н}}}}{1-\chi_{\text{н}}}\ln\frac{\sqrt{\chi_{\text{н}}}+1}{\sqrt{\chi_{\text{н}}}-1} - \frac{3\sqrt{\chi_{\text{баш}}}}{2(1-\chi_{\text{баш}})} + \frac{3\sqrt{\chi_{\text{н}}}}{2(1-\chi_{\text{н}})} +$$

$$+\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{\chi_{\text{баш}}}+1\right)\left(\sqrt{\chi_{\text{н}}}-1\right)}{\left(\sqrt{\chi_{\text{баш}}}-1\right)\left(\sqrt{\chi_{\text{н}}}+1\right)}\Bigg].$$

Следовательно, по (8.20) можем записать:

$$\frac{\gamma_{\text{ж}} l}{p_{\text{а}}}=\Gamma\ln\frac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{н}}}+\frac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{а}}}-\frac{p_{\text{н}}}{p_{\text{а}}}-0{,}482868q_{\text{ж}}^{**1{,}75}\Gamma\Bigg[\frac{\chi_{\text{баш}}^{\frac{5}{2}}-\chi_{\text{н}}^{\frac{5}{2}}}{5}+\frac{2}{3}\left(\chi_{\text{баш}}^{\frac{3}{2}}-\chi_{\text{н}}^{\frac{3}{2}}\right)+$$

$$+3\left(\sqrt{\chi_{\text{баш}}}-\sqrt{\chi_{\text{н}}}\right)+\frac{\sqrt{\chi_{\text{баш}}}}{1-\chi_{\text{баш}}}\ln\frac{\sqrt{\chi_{\text{баш}}}+1}{\sqrt{\chi_{\text{баш}}}-1}-\frac{\sqrt{\chi_{\text{н}}}}{1-\chi_{\text{н}}}\ln\frac{\sqrt{\chi_{\text{н}}}+1}{\sqrt{\chi_{\text{н}}}-1}-\frac{3\sqrt{\chi_{\text{баш}}}}{2(1-\chi_{\text{баш}})}+$$

$$+\frac{3\sqrt{\chi_{\text{н}}}}{2(1-\chi_{\text{н}})}+\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{\chi_{\text{баш}}}+1\right)\left(\sqrt{\chi_{\text{н}}}-1\right)}{\left(\sqrt{\chi_{\text{баш}}}-1\right)\left(\sqrt{\chi_{\text{н}}}+1\right)}\Bigg], \tag{8.21}$$

где $\chi_{\text{баш}}=\dfrac{\Gamma p_{\text{а}}+p_{\text{баш}}}{p_{\text{баш}}}$; $\chi_{\text{н}}=\dfrac{\Gamma p_{\text{а}}+p_{\text{н}}}{p_{\text{н}}}$; $q_{\text{ж}}^{**}=\dfrac{\mu^{\frac{1}{7}}q_{\text{ж}}}{\gamma_{\text{ж}}^{\frac{1}{7}}g^{\frac{3}{7}}(D-d_{\text{н}})^{19/7}}$.

Для восходящего потока, состоящего из жидкости, газа и выбуренных частиц, получим уравнение (5.19). Здесь концентрация твердой фазы в жидкости в соответствии с (8.2) определяется так:

$$\alpha_0=\frac{\pi R^2 v_{\text{мех}}(1-m)}{\pi R^2 v_{\text{мех}}(1-m)+q_{\text{ж}}}. \tag{8.22}$$

Так как значения $\dfrac{\gamma_{\text{ж}} l}{p_{\text{а}}}$, найденные по выражениям (5.44) и (8.21), равны, то получим следующее соотношение для определения давления нагнетания:

$$\frac{1}{1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}-1\right)}\left(\frac{\Gamma}{2{,}503}\ln\frac{p'}{p_{\text{у}}}+\frac{p'}{p_{\text{а}}}-\frac{p_{\text{у}}}{p_{\text{а}}}\right)+\frac{0{,}81\Gamma}{1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}-1\right)}\ln\frac{\Gamma\frac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{а}}}+0{,}19}{\Gamma\frac{p'}{p_{\text{а}}}+0{,}19}+$$

$$+\frac{p_{\text{баш}}-p'}{p_{\text{а}}\left[1+\alpha_0\left(\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}-1\right)\right]}+0{,}3887\bar{q}_{\text{ж}}^{1{,}75}\Gamma\left(1+\frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma_{\text{ж}}}\right)^{0{,}75}\left(1+2{,}5\alpha_0+10{,}05\alpha_0^2+\right.$$

$$+\left(0,00273\,\mathbf{e}^{16,6\alpha_0}\right)^{0,25}\left[\frac{1}{5}\left(\xi_{\text{баш}}^{\frac{5}{2}}-\xi'^{\frac{5}{2}}\right)+\frac{2}{3}\left(\xi_{\text{баш}}^{\frac{3}{2}}-\xi'^{\frac{3}{2}}\right)+3\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-\sqrt{\xi'}\right)+\right.$$

$$+\frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1-\xi_{\text{баш}}}\ln\frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}+1}{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-1}-\frac{\sqrt{\xi'}}{1-\xi'}\ln\frac{\sqrt{\xi'}+1}{\sqrt{\xi'}-1}-\frac{1,5\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1-\xi_{\text{баш}}}+\frac{1,5\sqrt{\xi'}}{1-\xi'}+$$

$$\left.+\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}+1\right)\left(\sqrt{\xi'}-1\right)}{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}}-1\right)\left(\sqrt{\xi'}+1\right)}\right]-\Gamma\ln\frac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{н}}}-\frac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{а}}}+\frac{p_{\text{н}}}{p_{\text{а}}}+0,482868\,q_{\text{ж}}^{**1,75}\Gamma\times$$

$$\times\left[\frac{\chi_{\text{баш}}^{\frac{5}{2}}-\chi_{\text{н}}^{\frac{5}{2}}}{5}+\frac{2}{3}\left(\chi_{\text{баш}}^{\frac{3}{2}}-\chi_{\text{н}}^{\frac{3}{2}}\right)+3\left(\sqrt{\chi_{\text{баш}}}-\sqrt{\chi_{\text{н}}}\right)+\frac{\sqrt{\chi_{\text{баш}}}}{1-\chi_{\text{баш}}}\ln\frac{\sqrt{\chi_{\text{баш}}}+1}{\sqrt{\chi_{\text{баш}}}-1}-\right.$$

$$-\frac{\sqrt{\chi_{\text{н}}}}{1-\chi_{\text{н}}}\ln\frac{\sqrt{\chi_{\text{н}}}+1}{\sqrt{\chi_{\text{н}}}-1}-\frac{3\sqrt{\chi_{\text{баш}}}}{2(1-\chi_{\text{баш}})}+$$

$$\left.+\frac{3\sqrt{\chi_{\text{н}}}}{2(1-\chi_{\text{н}})}+\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt{\chi_{\text{баш}}}+1\right)\left(\sqrt{\chi_{\text{н}}}-1\right)}{\left(\sqrt{\chi_{\text{баш}}}-1\right)\left(\sqrt{\chi_{\text{н}}}+1\right)}\right]=0. \qquad (8.23)$$

Расчеты по определению $p_{\text{баш}}$ и $p_{\text{н}}$ проводятся так.

При заданных R, $v_{\text{мех}}$ и m по (8.22) определяем α_0. Далее при известных μ, $q_{\text{ж}}$, $\gamma_{\text{т}}$, $\gamma_{\text{ж}}$, Γ, d или r_2 задаемся различными $p_{\text{баш}}/p_{\text{а}}$ и по уравнению (5.44) рассчитываем соответствующие значения $\gamma_{\text{ж}}l/p_{\text{а}}$. Зная $\gamma_{\text{ж}}l/p_{\text{а}}$, находим $p_{\text{баш}}$. Далее, подставив найденное значение $p_{\text{баш}}$ в (8.23), методом последовательных приближений определяем давление нагнетания $p_{\text{н}}$.

В изложенной последовательности найдем $p_{\text{баш}}$ и $p_{\text{н}}$ при $v_{\text{мех}} = 200$ м/ч $= 0{,}0555$ м/с, $m = 0{,}2$, $R = 0{,}042$ м, $r_2 = 0{,}021$ м или $d_{\text{н}} = 0{,}048$ м, $D = 0{,}061$ м или $r_3 = 0{,}0305$ м, $\mu = 10^{-3}$ Па·с, $q_{\text{ж}} = 0{,}001$ м^3/с, $\gamma_{\text{т}} = 2{,}6\cdot10^4$ Н/м^3, $\gamma_{\text{ж}} = 10^4$ Н/м^3, $\Gamma = 20$ м^3/м^3, $d = 0{,}042$ м, $p_{\text{у}} = p_{\text{а}}$.

Согласно (8.22) $\alpha_0 = 0{,}1976$.

Принимаем $\alpha_0 = 0{,}2$.

Имеем также

$$\xi_{\text{баш}}=\frac{20+\dfrac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{а}}}}{3,8+\dfrac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{а}}}},\quad \bar{q}=0,205,\quad p'=\Gamma\frac{p_{\text{а}}}{9}=2,222\cdot10^5\ \text{Па},$$

$$\xi' = \frac{1+\dfrac{p'}{\Gamma p_{\text{а}}}}{0,19+\dfrac{p'}{\Gamma p_{\text{а}}}} = \frac{1,1111}{0,30111} = 3,6900.$$

Согласно (5.44)

$$\frac{\gamma_{\text{ж}} l}{p_{\text{а}}} = 0,75978(6,3804 + 2,222 - 1) + 12,2723 \ln \frac{20\dfrac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{а}}} + 0,19}{44,6344} +$$

$$+ \frac{p_{\text{баш}} - 2,222 \cdot 10^5}{1,32 p_{\text{а}}} + 0,485527 \cdot 1,4558 (1,5 + 0,402 + 0,07551)^{0,25} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{5}\left(\xi_{\text{баш}}^{\frac{5}{2}} - 26,156 \right) + \frac{2}{3}\left(\xi_{\text{баш}}^{\frac{3}{2}} - 7,0882 \right) + 3\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}} - 1,9209 \right) + \frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1 - \xi_{\text{баш}}} \times \right.$$

$$\left. \times \ln \frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}} + 1}{\sqrt{\xi_{\text{баш}}} - 1} - 0,71410 \cdot 1,1543 - \frac{1,5\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1 - \xi_{\text{баш}}} + 1,0711 + \frac{1}{2} \ln \frac{\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}} + 1 \right) 0,31527}{\sqrt{\xi_{\text{баш}}} - 1} \right],$$

или

$$\frac{\gamma_{\text{ж}} l}{p_{\text{а}}} = 5,7763 + 12,2723 \ln \frac{20\dfrac{p_{\text{баш}}}{p_{\text{а}}} + 0,19}{44,6344} + \frac{p_{\text{баш}} - 2,222 \cdot 10^5}{1,32 p_{\text{а}}} + 0,8382 \times$$

$$\times \left(\frac{\xi_{\text{баш}}^{\frac{5}{2}}}{5} - 15,4724 + \frac{2}{3} \xi_{\text{баш}}^{\frac{3}{2}} + 3\sqrt{\xi_{\text{баш}}} + \frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1 - \xi_{\text{баш}}} \ln \frac{\sqrt{\xi_{\text{баш}}} + 1}{\sqrt{\xi_{\text{баш}}} - 1} - \frac{1,5\sqrt{\xi_{\text{баш}}}}{1 - \xi_{\text{баш}}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \ln \frac{0,31527\left(\sqrt{\xi_{\text{баш}}} + 1 \right)}{\sqrt{\xi_{\text{баш}}} - 1} \right). \qquad (8.24)$$

В табл. 8.7 приведены значения $\gamma_{\text{ж}} l / p_{\text{а}}$, найденные по выражению (8.24) при различных $p_{\text{баш}} / p_{\text{а}}$.

Перейдем к расчету давления нагнетания.

Допустим, что длина колонны труб составляет 490 м. Тогда согласно табл. 8.4 $p_{\text{баш}} = 30 \cdot 10^5$ Па. Следовательно, $\chi_{\text{баш}} = 1,667$; $\sqrt{\chi_{\text{баш}}} = 1,2911$, $\xi_{\text{баш}} = 1,4793$; $\sqrt{\xi_{\text{баш}}} = 1,216$, $\sqrt{\xi'} = 1,9209$. Имеем также $q^{**} = 4,9479$.

Таблица 8.7

$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{\gamma_ж l}{p_а}$	$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{\gamma_ж l}{p_а}$	$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{\gamma_ж l}{p_а}$	$\frac{p_{баш}}{p_а}$	$\frac{\gamma_ж l}{p_а}$
10	23,776	40	58,872	70	84,664	100	107,580
15	31,331	45	63,496	75	88,661	105	111,266
20	37,787	50	67,609	80	92,516	110	114,845
25	43,608	55	72,283	85	96,347	115	118,403
30	48,987	60	76,527	90	100,589	120	122,050
35	54,050	65	80,624	95	103,917	125	125,521

В соответствии с (8.23) получим:

$$18,311-20\ln\frac{30}{p_н}+\frac{p_н}{p_а}+158,524\left[\frac{3,5879-\chi_н^{\frac{5}{2}}}{5}+\frac{2}{3}\left(2,1523-\chi_н^{\frac{3}{2}}\right)+\right.$$

$$+3\left(5,4772-\sqrt{\chi_н}\right)-1,09023-\frac{\sqrt{\chi_н}}{1-\chi_н}\ln\frac{\sqrt{\chi_н}+1}{\sqrt{\chi_н}-1}+\frac{3\sqrt{\chi_н}}{2(1-\chi_н)}+$$

$$\left.+\frac{1}{2}\ln\frac{7,87049\left(\sqrt{\chi_н}+1\right)}{\sqrt{\chi_н}-1}\right]=0. \qquad (8.25)$$

Методом последовательных приближений по уравнению (8.25) получено $p_н = 6,7\cdot 10^5$ Па.

Представляет интерес при принятых исходных данных определить давление нагнетания в случае промывки водой, а не аэрированной смесью.

При принятом $\alpha_0 = 0,2$ и $q_ж = 0,001$ м^3/с находим $q_т = \frac{\alpha_0 q_ж}{1-\alpha_0} = 0,00029$ м^3/с.

Тогда по формуле (8.9) при $l = 490$ м получим

$$p_н=\frac{1,6\cdot 10^4\cdot 0,00029\cdot 490}{0,00129}+\frac{0,00118282\cdot 1000\cdot 490\cdot 0,000005623}{7,4133(0,00093025-0,000578)^{1,75}0,001846\cdot 5,5431}+$$

$$+\frac{21,03717}{5,5431\cdot 0,289\cdot 10^{-6}}(0,114\cdot 10^{-5}+0,1309\cdot 10^{-5}+0,1\cdot 10^{-5})^{0,25}(10+7,54)^{0,75}\times$$

$$\times\, 0,035917;$$

$$p_н = 17,625\cdot 10^5 + 4,7434\cdot 10^5 + 1,7421\cdot 10^5 = 24,11\cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Как и следовало ожидать, с переходом на бурение скважины аэрированной смесью наблюдается значительное снижение давления нагнетания.

Аналогично можно выполнить расчеты при любых других исходных данных.

Очевидно, что и в данном случае $p_{баш}$ или $p_{заб}$ имеет минимум относительно $q_ж$. Так как $p_{баш} = f(q_ж)$ выражается не в явном виде, а может быть установлено из трансцендентного уравнения (5.44), то для определения оптимального $q_ж$ (при заданном $\Gamma = q_а/q_ж$) следует провести серию расчетов и, построив график зависимости $p_{баш} = f(q_ж)$, найти расход жидкости, обеспечивающий минимум $p_{баш}$ или $p_{заб}$.

8.2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ПРИ БУРЕНИИ СКВАЖИНЫ ГЛИНИСТЫМ РАСТВОРОМ

Ранее было показано, что при течении вязкопластичной жидкости в трубе критическое значение параметра Рейнольдса определяется по формуле (1.38).

Значение критического параметра Рейнольдса при течении вязкой жидкости в пространстве между двумя цилиндрами находим следующим образом [14]:

при $0 < r_а \le 0{,}690$

$$\mathrm{Re}_{кр.к.п} = 2320 - 1976{,}577 r_а; \tag{8.26}$$

при $0{,}700 \le r_а \le 0{,}995$

$$\mathrm{Re}_{кр.к.п} = -6740{,}7 + 10\,958{,}324 r_а, \tag{8.27}$$

где $r_а = r_2/r_3$.

Считаем, что при динамическом напряжении сдвига $\tau_0 = 0$, т.е. при параметре Хедстрема в кольцевом пространстве $\mathrm{He}_{к.п} = 0$ выражения (8.26) и (8.27) являются исходными для определения $\mathrm{Re}_{кр.к.п}$ при течении вязкопластичной жидкости.

В работе [14] показано, что при $r_а \to 0$ соотношение, справедливое для кольцевого пространства, переходит в расчетную формулу для трубы. Это обстоятельство дает основание считать, что по формуле (1.38) можно найти $\mathrm{Re}_{кр.к.п}$ при течении вязкопластичной жидкости для частного случая, т.е. $r_а = 0$.

Таким образом, вычислив по формуле (1.38) ряд значений $\mathrm{Re}_{кр.к.п}$ при заданных $\mathrm{He}_{к.п}$ и отложив их на вертикальной оси, от полученных таким образом точек проводим соответствующие кривые, эквидистантные к кривой, построенной при $\mathrm{He}_{к.п} = 0$.

Аппроксимация полученных таким образом зависимостей позволила составить следующие расчетные соотношения для определения критического параметра Рейнольдса при течении вязкопластичной жидкости между двумя цилиндрами [14]:

при $0 \le r_а \le 0{,}690$

$$\mathrm{Re}_{кр.к.п} = 2320 + 32{,}2556\ \mathrm{He}_{к.п}^{0,43043} - 1976{,}577 r_а; \tag{8.28}$$

при $0{,}700 \le r_а \le 0{,}990$

$$\mathrm{Re}_{кр.к.п}\ C(\mathrm{He}_{к.п}) + 10958{,}324 r_а,$$

где $\mathrm{He}_{к.п} = \dfrac{4\tau_0 (r_3 - r_2)^2 \gamma}{g\eta^2}$.

Значения $C(\mathrm{He}_{к.п})$ приведены в табл. 8.8.

Аппроксимация данных, приведенных в табл. 8.8, позволила получить выражение

$$C(\mathrm{He}_{к.п}) = -6740{,}7 + 29{,}05\,\mathrm{He}_{к.п}^{0,4406}.$$

В табл. 8.9 приведены значения $r_а$ при различных r_3 и r_2, представляющих интерес для практики проводки скважин двойной бурильной колонной.

Из табл. 8.9 видно, что при решении задач, связанных с бурением скважин двойной колонной, режим течения устанавливается по формуле (8.29) и табл. 8.8.

В циркуляционной системе скважины при условии, что глинистый раствор на поверхности подвергается очистке, на-

Таблица 8.8

$\mathrm{He}_{к.п}$	$C(\mathrm{He}_{к.п})$	$\mathrm{He}_{к.п}$	$C(\mathrm{He}_{к.п})$
0	−6740,70	1 000 000	5770,03
10 000	−5059,56	1 200 000	6709,64
100 000	−2250,56	1 400 000	7705,03
200 000	−447,66	1 600 000	8314,02
400 000	1826,67	1 700 000	8672,30
800 000	4695,46	—	—

Таблица 8.9

r_3, м	r_2, м	$r_а$
0,0305	0,0240	0,78688
0,0385	0,0300	0,77922
0,0450	0,0375	0,83333
0,0480	0,0375	0,78125

блюдаются нисходящее движение глинистого раствора в кольцевом пространстве (здесь раствор свободен от выбуренной породы) и восходящий поток, насыщенный «шламом».

Очевидно, что параметр Рейнольдса при течении глинистого раствора в кольцевом пространстве находим как

$$\mathrm{Re}_{\text{к.п}} = \frac{2\gamma_{\text{ж}} q_{\text{ж}}}{\pi (r_3 + r_2)\eta g}. \tag{8.30}$$

При $\mathrm{Re}_{\text{к.п}} < \mathrm{Re}_{\text{кр.к.п}}$ движение глинистого раствора в кольцевом пространстве происходит при структурном режиме, в противном случае — при турбулентном режиме.

Критическое значение параметра Рейнольдса при течении смеси глинистого раствора с выбуренной породой вычисляют по формуле (6.2).

Для определения режима течения смеси необходимо найти параметр Рейнольдса:

$$\mathrm{Re}_{\text{см}} = \frac{4(q_{\text{ж}} + q_{\text{т}})\gamma_{\text{см}}}{\pi d \eta_{\text{см}} g}. \tag{8.31}$$

Из сравнения $\mathrm{Re}_{\text{см}}$ и $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$ по (6.2) определяем режим течения смеси глинистого раствора с выбуренной породой во внутренней полости центральной колонны.

Учитывая значительный диапазон изменения $\gamma_{\text{ж}}$, $\gamma_{\text{см}}$, $\eta_{\text{ж}}$, $\eta_{\text{см}}$, τ_0 и $q_{\text{см}}$, можно сделать вывод, что течение жидкости в циркуляционной системе глинистого раствора возможно при различных сочетаниях режимов движения в кольцевом пространстве и внутренней полости колонны труб. Наиболее вероятными сочетаниями могут быть течение при структурном режиме течения в кольцевом пространстве и трубе, структурном режиме течения в кольцевом пространстве и турбулентном режиме в центральной колонне, турбулентном режиме течения как в кольцевом пространстве, так и во внутренней полости бурильных труб.

8.2.1. **УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ГЛИНИСТОГО РАСТВОРА МЕЖДУ ДВУМЯ КОНЦЕНТРИЧНО РАСПОЛОЖЕННЫМИ ЦИЛИНДРАМИ ПРИ СТРУКТУРНОМ РЕЖИМЕ**

При структурном течении вязкопластичной жидкости часть кольцевого пространства занята ядром потока, в пределах которого скорость не изменяется или градиент скорости равен нулю. Величина ядра характеризуется его радиусами ρ_1 и

$\rho_2 (\rho_2 > \rho_1)$. Следовательно, в области, заключенной между радиусами ρ_1 и $r_2 (r_2$ — внешний радиус центральной колонны), градиент скорости $\frac{du_1}{dr} > 0$, а в области между радиусами ρ_2 и $r_3 (r_3$ — внутренний радиус внешней колонны) наблюдается движение при отрицательном градиенте скорости, т.е. $\frac{du_2}{dr} <$ < 0.

Для решения задачи необходимо определить скорость в любой точке положительного и отрицательного градиентного слоя и ядра потока. По найденным значениям скорости рассчитывают расходы через перечисленные области, что позволяет определить расход через все поперечное сечение кольцевого пространства.

Решим задачу, пользуясь системой дифференциальных уравнений Генки—Ильюшина. Поскольку рассматривается прямолинейное симметричное движение, то

$$u_r = u_\varphi = 0, \ \frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0.$$

Из уравнения неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

Следовательно, в соответствии с системой дифференциальных уравнений Генки—Ильюшина для внутреннего и внешнего градиентных слоев можно записать:

$$\eta\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_1}{\partial r}\right) + \frac{\tau_0}{r} = -\frac{\Delta p}{l} \ \ (r_2 \le r \le \rho_1); \tag{8.32}$$

$$\eta\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_2}{\partial r}\right) + \frac{\tau_0}{r} = -\frac{\Delta p}{l} \ \ (\rho_2 \le r \le r_3), \tag{8.33}$$

где r — расстояние от оси цилиндра до рассматриваемой точки.

Уравнение (8.32) представим в виде

$$\frac{\eta}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du_1}{dr}\right) + \frac{\tau_0}{r} = -\frac{\Delta p}{l}.$$

Отсюда

$$u_1 = -\frac{\Delta p r^2}{4\eta l} - \frac{\tau_0}{\eta} r + c_1 \ln r + c_2. \tag{8.34}$$

Аналогично из уравнения (8.33) можно записать:

$$u_2 = -\frac{\Delta p r^2}{4\eta l} + \frac{\tau_0}{\eta} r + c_3 \ln r + c_4. \tag{8.35}$$

Для определения произвольных постоянных и радиусов ядра необходимо соблюдать следующие граничные условия: 1) скорость жидкости во внутреннем градиентном слое на поверхности внутреннего цилиндра равна нулю; 2) градиент скорости во внутреннем градиентном слое на границе ядра равен нулю; 3) градиент скорости во внешнем градиентном слое на поверхности ядра равен нулю; 4) скорость жидкости во внешнем градиентном слое на поверхности внешнего цилиндра равна нулю; 5) скорость жидкости во внутреннем и внешнем градиентных слоях на границе ядра переходит в скорость самого ядра.

Перечисленные условия математически записываются так:

при $r = r_0$ $u_1 = 0$, (8.36)

$$\left.\frac{\partial u_1}{\partial r}\right|_{r=\rho_1} = 0; \tag{8.37}$$

при $r = r_1$ $u_2 = 0$, (8.38)

$$u_1\big|_{r=\rho_1} = u_2\big|_{r=\rho_2}. \tag{8.39}$$

Используя (8.36) — (8.39), находим

$$c_1 = \frac{\Delta p}{2\eta l}\rho_1^2 + \frac{\tau_0}{\eta}\rho_1; \tag{8.40}$$

$$c_2 = \frac{\Delta p}{4\eta l}\left(r_2^2 - 2\rho_1^2 \ln r_2\right) + \frac{\tau_0}{\eta}\left(r_2 - \rho_1 \ln r_2\right); \tag{8.41}$$

$$c_3 = \frac{\Delta p}{2\eta l}\rho_2^2 - \frac{\tau_0}{\eta}\rho_2; \tag{8.42}$$

$$c_4 = \frac{\Delta p}{4\eta l}\left(r_3^2 - 2\rho_2^2 \ln r_3\right) - \frac{\tau_0}{\eta}\left(r_3 - \rho_2 \ln r_3\right). \tag{8.43}$$

Таким образом, по (8.34), (8.35) и (8.40) — (8.43) получим

$$u_1 = \frac{\Delta p}{4\eta l}\left(r_2^2 + 2\rho_1^2 \ln\frac{r}{r_2} - r_2\right) + \frac{\tau_0}{\eta}\left(\rho_1 \ln\frac{r}{r_2} + r_2 - r\right); \tag{8.44}$$

$$u_2 = \frac{\Delta p}{4\eta l}\left(r_3^2 - r^2 - 2\rho_2^2 \ln\frac{r_3}{r}\right) - \frac{\tau_0}{\eta}\left(r_3 - r - \rho_2 \ln\frac{r_3}{r}\right). \tag{8.45}$$

По формулам (8.44), (8.45) и граничному условию (8.39)

$$u_0 = \frac{\Delta p}{4\eta l}\left(r_2^2 - \rho_1^2 + 2\rho_1^2 \ln\frac{\rho_1}{r_2}\right) + \frac{\tau_0}{\eta}\left(r_2 - \rho_1 + \rho_1 \ln\frac{\rho_1}{r_2}\right); \tag{8.46}$$

$$u_0 = \frac{\Delta p}{4\eta l}\left(r_3^2 - \rho_2^2 - 2\rho_2^2 \ln\frac{r_3}{\rho_2}\right) - \frac{\tau_0}{\eta}\left(r_3 - \rho_2 - \rho_2 \ln\frac{r_3}{\rho_2}\right). \tag{8.47}$$

Составим уравнение динамического равновесия ядра

$$\pi\left(\rho_2^2 - \rho_1^2\right)\Delta p = 2\pi(\rho_2 + \rho_1) l \tau_0.$$

Отсюда

$$\Delta p = \frac{2l\tau_0}{\rho_2 - \rho_1}. \tag{8.48}$$

Из равенства правых частей выражений (8.46) и (8.47) с учетом соотношения (8.48) получим

$$\rho_a \rho_b \ln\frac{\rho_a}{r_a \rho_b} = \frac{1}{2}\left(\rho_b^2 - \rho_a^2 + 1 - r_a^2\right) - (1 + r_a)(\rho_b - \rho_a), \tag{8.49}$$

где $\rho_a = \rho_1/r_3$; $\rho_b = \rho_2/r_3$; $r_a = r_2/r_3$.

Определим расход жидкости через кольцевое пространство, используя следующее выражение:

$$q = 2\pi\int_{r_2}^{\rho_1} r u_1 dr + \pi\left(\rho_2^2 - \rho_1^2\right)u_0 + \int_{\rho_2}^{r_3} r u_2 dr. \tag{8.50}$$

Из соотношений (8.44) – (8.46) и (8.50)

$$q = \frac{\pi r_1^4 \Delta p}{8\eta l}\left[\frac{1}{3}\left(\rho_b^4 - \rho_a^4\right) + 1 - r_a^4 + \frac{2}{3}\rho_a \rho_b\left(\rho_b^2 - \rho_a^2\right) - 2\rho_a \rho_b\left(1 - r_a^2\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{4}{3}\left(\rho_b - \rho_a\right)\left(1 + r_a^3\right)\right]. \tag{8.51}$$

Выражение (8.48) представим в виде

$$\Delta p = \frac{2l\tau_0}{r_1(\rho_b - \rho_a)}. \tag{8.52}$$

По формулам (8.49), (8.51) и (8.52), полученным впервые М.П. Воларовичем и А.М. Гуткиным, можно установить зависимость расхода от потерь давления.

Задача решается так. Методом последовательных приближений по уравнению (8.49) находим зависимость $\rho_a = f(\rho_b)$. Аналогичную зависимость $\rho_a = f_1(\rho_b)$ определяем по формуле

(8.52). Точка пересечения $\rho_a = f(\rho_b)$ и $\rho_a = f_1(\rho_b)$ даст значения ρ_a и ρ_b, подставив которые в (8.51), вычислим расход жидкости.

Основная трудность при решении задачи заключается в нахождении радиусов ядра. Отсутствие зависимости в явном виде затрудняет проведение соответствующего анализа процесса. Поэтому возникла необходимость вывода приближенной формулы, позволяющей с достаточной точностью находить Δp в явном виде.

Если жидкость вязкая, то местоположение поверхности в кольцевом пространстве, на которой скорость достигает максимума, определяется по формуле [12]

$$\rho^* = \sqrt{\frac{1 - r_a^2}{2\ln\frac{1}{r_a}}}, \tag{8.53}$$

где $\rho^* = \rho / r_3$.

Считаем, что внутренняя и внешняя границы ядра находятся на одинаковом расстоянии $\Delta\rho$ от поверхности, характеризующейся максимальной скоростью, т.е.

$$\rho_1 = \rho - \Delta\rho; \tag{8.54}$$

$$\rho_2 = \rho + \Delta\rho. \tag{8.55}$$

Согласно выражениям (8.52), (8.54) и (8.55)

$$\Delta\rho = \frac{\tau_0 l}{\Delta p}. \tag{8.56}$$

Из соотношений (8.51), (8.54)—(8.56) получим следующее выражение для определения потерь давления при структурном режиме течения вязкопластичной жидкости в кольцевом пространстве:

$$\Delta p_{\text{к.п}} = \frac{2l\tau_0}{\varphi(r_a) r_3}\left\{-\left[\psi(r_a) - 2q'\right] + \sqrt{\left[\psi(r_a) - 2q'\right]^2 - \phi(r_a)}\right\},$$

где

$$\psi(r_a) = \frac{16}{3}\pi\rho^{*3} - \frac{8\pi}{3}\left(1 + r_a^3\right);$$

$$q' = \frac{4\eta q}{\tau_0 r_3^3};$$

$$\phi(r_a) = 8\pi^2\left(1 - r_a^2\right)^2\left(1 + r_a^2 - 2\rho^{*2}\right);$$

$$\varphi(r_а) = 4\pi\left(1 - r_а^2\right)\left(1 + r_а^2 - 2\rho^{*2}\right).$$

Сравнительные расчеты по приближенной формуле (8.57) и точной системе уравнений (8.49), (8.51), (8.52) показывают, что получаемые результаты отличаются незначительно.

8.2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ НАГНЕТАНИЯ У БАШМАКА КОЛОННЫ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СОЧЕТАНИЯХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ В КОЛЬЦЕВОМ ПРОСТРАНСТВЕ И ВНУТРЕННЕЙ ПОЛОСТИ ЦЕНТРАЛЬНОЙ КОЛОННЫ

Из уравнения динамического равновесия жидкости, движущейся в кольцевом пространстве, можно записать:

$$p_н = p_{баш} + \Delta p_{к.п} - \gamma_ж l. \qquad (8.58)$$

Значит, по (8.57) и (8.58)

$$p_н = p_{баш} - \gamma_ж l + \frac{2l\tau_0}{\varphi(r_а) r_3}\left\{-\left[\psi(r_а) - 2q'\right] + \sqrt{\left[\psi(r_а) - 2q'\right]^2 - \phi(r_а)}\right\}. \qquad (8.59)$$

Если давление у верхнего торца центральной колонны равно атмосферному, то согласно (6.7)

$$p_{баш} = \frac{\gamma_ж q_ж l}{q_ж + q_т} + \frac{\gamma_т q_т l}{q_ж + q_т} + \frac{l}{2}\left\{\frac{8\eta_{см}(q_ж + q_т)}{\pi r_1^4} + \frac{2{,}8066\tau_0}{r_1} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left[\frac{8\eta_{см}(q_ж + q_т)}{\pi r_1^4} + 2{,}8066\frac{\tau_0}{r_1}\right]^2 - 4{,}2116\left(\frac{\tau_0}{r_1}\right)^2}\right\}. \qquad (8.60)$$

По (8.59) и (8.60) составим выражение

$$p_н = \frac{q_т(\gamma_т - \gamma_ж)l}{q_ж + q_т} + \frac{2l\tau_0}{\varphi(r_а) r_3}\left\{-\left[\psi(r_а) - \frac{8\eta_ж q_ж}{\tau_0 r_3^3}\right] + \sqrt{\left[\psi(r_а) - \frac{8\eta_ж q_ж}{\tau_0 r_3^3}\right]^2 - \phi(r_а)}\right\} +$$

$$+ \frac{l}{2}\left\{\frac{8\eta_{см}(q_ж + q_т)}{\pi r_1^4} + 2{,}8066\frac{\tau_0}{r_1} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left[\frac{8\eta_{см}(q_ж + q_т)}{\pi r_1^4} + 2{,}8066\frac{\tau_0}{r_1}\right]^2 - 4{,}2116\left(\frac{\tau_0}{r_1}\right)^2}\right\}. \qquad (8.61)$$

Положив в формуле (6.11) $R = r_1$, найдем оптимальное значение $q_ж$, т.е. расход жидкости, обеспечивающий при заданном значении $v_{мех}$, а следовательно, и $q_т$ минимум давления у башмака колонны, а значит, и забойного давления.

Теперь допустим, что в кольцевом пространстве наблюдается структурный режим, а в центральной колонне бурильных труб происходит турбулентное движение. Так как при турбулентном режиме механизм движения вязкой и вязкопластичной жидкости один и тот же, давление у башмака определяется по формуле (3.48). Значит, по (3.48) и (8.59) давление нагнетания найдем так:

$$p_н = (\gamma_т - \gamma_ж)\alpha_0 l + \frac{0,24143\eta_ж^{0,25} q_ж^{1,75}}{g^{0,75} d^{4,75}(1-\alpha_0)^{0,5}} \left[13,55\left(\frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\right)^2 + \frac{4\alpha_0}{1-\alpha_0} + 1\right]^{0,25} \times$$

$$\times \left(\gamma_ж + \gamma_т \frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}\right)^{0,75} + \frac{2l\tau_0}{\varphi(r_а) r_з} \left\{ -\left[\psi(r_а) - \frac{8\eta q_ж}{\tau_0 r_з^3}\right] + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left[\psi(r_а) - \frac{8\eta q_ж}{\tau_0 r_з^3}\right]^2 - \phi(r_а)} \right\}. \qquad (8.62)$$

При турбулентном режиме течения глинистого раствора в кольцевом пространстве и в центральной полости давление у башмака (или забойное давление), а также давление нагнетания определяют по формулам (8.1) и (8.9) с заменой $\mu = \eta$. При этом надо учесть, что

$$q_т = q_ж \frac{\alpha_0}{1-\alpha_0}.$$

Значение α_0 находят по формуле (8.22).

Проводка скважины двойной бурильной колонной позволяет осуществлять технологический процесс при непрерывном выносе керна, совмещая его во времени с работой породоразрушающего инструмента. Для успешного проектирования технологии процесса необходимо решить ряд вопросов, в частности, установить, как связаны между собой скорость подъема керна, расход жидкости и механическая скорость проходки, а также выяснить, как найти давление нагнетания и давление на забое скважины и как определить оптимальный зазор между центральной и внешней колоннами.

Эти вопросы рассматриваются ниже для случаев промывки скважины водой и глинистым раствором.

8.3. ВОПРОСЫ ГИДРОДИНАМИКИ ПРИ ГИДРОТРАНСПОРТЕ КЕРНА

Решим сначала задачи для случая промывки скважины водой.

Представим керн и внутреннюю полость центральных труб в виде двух цилиндров радиусами r_1 и r_0 ($r_1 > r_0$).

Для определения скорости движения керна необходимо рассмотреть задачу о течении жидкости между двумя цилиндрами, один из которых — внутренний — движется с постоянной скоростью $u_т$.

Допустим, что течение жидкости в кольцевом пространстве происходит при ламинарном режиме.

Так как рассматривается установившееся движение керна и жидкости, то в соответствии с системой дифференциальных уравнений Навье—Стокса можно записать:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right)=\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dz}, \tag{8.63}$$

где r — расстояние от оси внутренней (центральной) колонны до данной точки; u — скорость в данной точке.

Решив дифференциальное уравнение (8.63), получим

$$u=\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}r^2+c_1\ln r+c_2. \tag{8.64}$$

Произвольные постоянные c_1 и c_2 определяются из следующих граничных условий: скорость жидкости на поверхности центральной трубы равна нулю, а на поверхности керна — скорости самого керна, т.е. при $r = r_1$ $u = 0$, а при $r = r_0$ $u = u_т$.

Тогда

$$c_1=-\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}\frac{r_1^2-r_0^2}{\ln\frac{r_1}{r_0}}-\frac{u_т}{\ln\frac{r_1}{r_0}}; \tag{8.65}$$

$$c_2=-\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}\left(r_1^2-\frac{r_1^2-r_0^2}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\ln r_1\right)+u_т\frac{\ln r}{\ln\frac{r_1}{r_0}}. \tag{8.66}$$

Значит, согласно (8.64)—(8.66) можно записать:

$$u=-\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}\left(r_1^2-\frac{r_1^2-r_0^2}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\ln\frac{r_1}{r}-r^2\right)+u_{\text{т}}\frac{\ln\frac{r_1}{r}}{\ln\frac{r_1}{r_0}}. \tag{8.67}$$

Расход жидкости в кольцевом пространстве

$$q=2\pi\int_{r_0}^{r_1} rudr. \tag{8.68}$$

Подставив (8.67) в (8.68), получим

$$q=\frac{\pi(\Delta p-\gamma l)}{8\mu l}\left[r_1^4-r_0^4-\frac{\left(r_1^2-r_0^2\right)^2}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\right]+\pi u_{\text{т}}\left(\frac{r_1^2-r_0^2}{2\ln\frac{r_1}{r_0}}-r_0^2\right), \tag{8.69}$$

где Δp — разность давлений по концам керна длиной l.

Расход жидкости Q, закачиваемой в скважину, частично затрачивается на заполнение объема $\pi r_0^2 u_{\text{т}}$, освобождаемого керном в результате его подъема, а частично уходит через кольцевое пространство с расходом q.

Значит, можно составить следующее уравнение материального баланса:

$$Q-\pi r_0^2 u_{\text{т}}-q=0. \tag{8.70}$$

По формулам (8.69) и (8.70)

$$Q-\frac{\pi(\Delta p-\gamma l)}{8\mu l}\left[r_1^4-r_0^4-\frac{\left(r_1^2-r_0^2\right)^2}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\right]-\pi u_{\text{т}}\frac{r_1^2-r_0^2}{2\ln\frac{r_1}{r_0}}=0. \tag{8.71}$$

Величина Δp зависит от силы трения на поверхности трения, а значит, и от соответствующего градиента скорости.

Градиент скорости на поверхности керна согласно формуле (8.67) можно найти так:

$$\left.\frac{du}{dr}\right|_{r=r_0}=\frac{\Delta p-\gamma l}{4\mu l}\left(\frac{r_1^2-r_0^2}{r_0\ln\frac{r_1}{r_0}}-2r_0\right)-\frac{u_{\text{т}}}{r_0\ln\frac{r_1}{r_0}}. \tag{8.72}$$

Согласно закону Ньютона касательное напряжение на стенке керна

$$\tau_w = \mu \frac{du}{dr}\bigg|_{r=r_0}. \tag{8.73}$$

Тогда по (8.72) и (8.73) получим

$$\tau_w = \frac{\Delta p - \gamma l}{4l}\left(\frac{r_1^2 - r_0^2}{r_0 \ln \frac{r_1}{r_0}} - 2r_0\right) - \frac{\mu u_т}{r_0 \ln \frac{r_1}{r_0}}. \tag{8.74}$$

Составим уравнение динамического равновесия керна:

$$2\pi r_0 l \tau_w + \pi r_0^2 \Delta p - \pi r_0^2 l \gamma_т = 0, \tag{8.75}$$

где $\gamma_т$ — удельный вес керна.

Из выражений (8.74) и (8.75) можно определить

$$\Delta p - \gamma l = 2l \frac{r_0^2 \gamma_т \ln \frac{r_1}{r_0} + 2\mu u_т}{r_1^2 - r_0^2}. \tag{8.76}$$

Следовательно, по выражениям (8.71) и (8.76) получим соотношение для расчета скорости движения керна

$$u_т = \frac{2Q}{\pi\left(r_1^2 + r_0^2\right)} - \frac{r_0^2(\gamma_т - \gamma)}{2\mu\left(r_1^4 - r_0^4\right)}\left[\left(r_1^4 - r_0^4\right)\ln\frac{r_1}{r_0} - \left(r_1^2 - r_0^2\right)^2\right]. \tag{8.77}$$

Расход породы в трубе

$$q_т = \pi r_0^2 u_т. \tag{8.78}$$

По выражениям (8.77) и (8.78) получим

$$q_т = \frac{2r_0^2 Q}{r_1^2 + r_0^2} - \frac{\pi r_0^4(\gamma_т - \gamma)}{2\mu\left(r_1^4 - r_0^4\right)}\left[\left(r_1^4 - r_0^4\right)\ln\frac{r_1}{r_0} - \left(r_1^2 - r_0^2\right)^2\right]. \tag{8.79}$$

С другой стороны, расход породы, поступающей в трубу, можно найти по формуле (8.2).

С учетом равенства значений $q_т$, полученных по формулам (8.2) и (8.79), запишем следующее выражение для определения расхода жидкости, при котором объем разрушаемой породы, поступающей в бурильную колонну в виде керна, будет равен объему керна, транспортируемого через внутреннюю полость центральной колонны бурильных труб:

$$Q = \frac{r_1^2 + r_0^2}{2r_0^2}\left\{\pi R^2(1 - m)v_{мех} + \frac{\pi r_0^4(\gamma_т - \gamma)}{2\mu\left(r_1^4 - r_0^4\right)}\left[\left(r_1^4 - r_0^4\right)\ln\frac{r_1}{r_0} - \left(r_1^2 - r_0^2\right)^2\right]\right\}. \tag{8.80}$$

Расход жидкости $Q = Q_{кр}$, при котором происходит "зависание" керна, можно найти по выражению (8.77), положив $u_т = 0$. Тогда получим

$$Q^*_{кр} = r_а^2\left(1-\frac{\gamma}{\gamma_т}\right)\left[\left(1+r_а^2\right)\ln\frac{1}{r_а}-\left(1-r_а^2\right)\right], \tag{8.81}$$

где $Q^*_{кр} = \dfrac{4\mu Q_{кр}}{\pi r_1^4 \gamma_т}$.

Выражение (8.80) можно представить в виде

$$Q^* = \frac{1+r_а^2}{r_а^2} v^*_{мех} + Q^*_{кр}, \tag{8.82}$$

где $v^*_{мех} = \dfrac{2\mu R^2 v_{мех}}{\gamma_т r_1^4}(1-m)$.

В табл. 8.10 приведены значения $Q^*_{кр}$ при различных $r_а$, а также $Q_{кр}$, Re и $Re_{кр.к.п}$, найденные при $r_1 = 0{,}021$ м, $\gamma_т = 2{,}64 \cdot 10^4$ Н/м^3 и $\nu = 10^{-6}$ м^2/с; значения $Re_{кр.к.п}$ определены по формуле (8.27).

Таблица 8.10

$r_а$	$Q^*_{кр} \cdot 10^3$	$Q_{кр}$, 10^{-3} м^3/с	Re	$Re_{кр.к.п}$
0,943	0,11291	0,45530	7103,7	3593,0
0,944	0,10732	0,43276	6748,6	3604,0
0,945	0,10179	0,41045	6397,4	3614,9
0,946	0,09650	0,38913	6061,9	3625,9
0,947	0,09145	0,36876	5741,7	3636,8
0,948	0,08648	0,34874	5427,1	3647,8
0,949	0,08159	0,32903	5117,8	3658,7
0,950	0,07703	0,31060	4828,7	3669,7
0,951	0,07177	0,28939	4496,7	3680,7
0,952	0,06831	0,27568	4281,5	3691,6
0,953	0,06432	0,25936	4026,0	3702,6
0,954	0,06041	0,24361	3779,4	3713,5
0,955	0,05666	0,22481	3542,9	3725,0
0,956	0,05307	0,21402	3316,9	3735,5
0,957	0,04949	0,19956	3091,3	3746,4
0,958	0,04625	0,18652	2887,9	3757,4
0,959	0,04307	0,17369	2687,8	3768,3
0,960	0,04002	0,16136	2495,8	3779,3
0,961	0,03721	0,15003	2319,4	3790,2
0,962	0,03445	0,13890	2146,2	3801,2
0,963	0,03174	0,12798	1976,2	3812,2
0,964	0,02927	0,11802	1821,7	3823,1
0,965	0,02704	0,10904	1682,2	3834,0
0,966	0,02472	0,09470	1460,0	3845,0

Из табл. 8.10 видно, что в данном случае ламинарный режим течения в кольцевом пространстве установится при $r_а \geq$ $\geq 0{,}955$, и тогда, чтобы «взвесить» керн, потребуются относительно невысокие расходы.

Однако на практике отношение диаметра керна к диаметру внутренней полости колонны бурильных труб заметно меньше, чем $r_а = 0{,}955$. В таком случае промывочная жидкость в кольцевом пространстве движется при турбулентном режиме течения.

8.3.1. **ГИДРОДИНАМИЧЕСКЕ РАСЧЕТЫ, СВЯЗАННЫЕ С ДВИЖЕНИЕМ КЕРНА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

Известно, что задача ламинарного режима течения решается с помощью системы дифференциальных уравнений Навье—Стокса.

В настоящее время не существует замкнутой системы дифференциальных уравнений, позволяющей решать задачи турбулентного течения.

Скорость в любой точке поперечного сечения трубы при турбулентном режиме определяется по степенному и логарифмическому законам.

Разработан метод «сшивания», позволяющий использовать степенной и логарифмический законы для решения задач, связанных с турбулентным течением жидкости в пространстве между двумя цилиндрами при любом эксцентриситете и различных условиях [7, 8].

Правомерность использования этого метода была доказана сопоставлением расчетных значений скорости движения цилиндра в противотоке жидкости, полученных на основе степенного закона, с результатами соответствующих экспериментальных исследований.

Принцип метода «сшивания» основывается на наличии в кольцевом пространстве так называемой нейтральной поверхности, т.е. поверхности, на которой касательное напряжение равно нулю.

Указанной нейтральной поверхностью, расположенной на расстоянии a от поверхности керна, все кольцевое пространство делится на две области и для каждой из них согласно закону корня седьмой степени составляются следующие выражения для определения скорости в любой точке:

для I области

$$u_{\mathrm{I}} = 8{,}74\left(\frac{\tau_1 g}{\gamma}\right)^{\frac{4}{7}}\left(\frac{y_1}{\nu}\right)^{\frac{1}{7}} + u_{\text{т}}; \tag{8.83}$$

для II области

$$u_{\mathrm{II}} = 8{,}74\left(\frac{\tau_2 g}{\gamma}\right)^{\frac{4}{7}}\left(\frac{y_2}{\nu}\right)^{\frac{1}{7}}, \tag{8.84}$$

где ν — кинематическая вязкость; y_1 — расстояние от поверхности керна до данной точки в пределах I области ($0 \le y_1 \le a$); y_2 — расстояние от внутренней полости центральной трубы до данной точки в пределах II области ($0 \le y_2 \le r_1 - r_0 - a$); τ_1 и τ_2 — касательные напряжения соответственно на поверхностях керна и на внутренней полости центральной колонны труб.

На нейтральной поверхности, т.е. при $y_1 = a$ и $y_2 = r_1 - r_0 - a$, должно выполняться условие $u_{\mathrm{I}} = u_{\mathrm{II}}$, что дает

$$\left(\frac{\tau_2 g}{\gamma}\right)^{\frac{4}{7}} = \left(\frac{\tau_1 g}{\nu}\right)^{\frac{4}{7}}\left(\frac{a}{\delta - a}\right)^{\frac{1}{7}} + \frac{u_{\text{т}}}{8{,}74}\left(\frac{\nu}{\delta - a}\right)^{\frac{1}{7}}, \tag{8.85}$$

где $\delta = r_1 - r_0$.

Составим уравнение динамического равновесия жидкости, заключенной в кольцевом пространстве между трубой и цилиндрической поверхностью, на которой касательное напряжение равно нулю:

$$2\pi r_1 l \tau_2 + \pi\left[r_1^2 - (r_0 + a)^2\right]\gamma l - \pi\left[r_1^2 - (r_0 + a)^2\right]\Delta p = 0,$$

где l — длина керна; $\Delta p = p_2 - p_1$; p_2 и p_1 — давление по концам керна.

Тогда

$$\tau_2 = \frac{r_1^2 - (r_0 + a)^2}{2 r_1 l}(\Delta p - \gamma l). \tag{8.86}$$

Запишем уравнение динамического равновесия жидкости, заключенной в пространстве между керном и внутренней полостью центральной бурильной колонны:

$$2\pi r_1 l \tau_2 + 2\pi r_0 l \tau_1 - \pi\left(r_1^2 - r_0^2\right)(\Delta p - \gamma l) = 0.$$

Значит,

$$\tau_2 = \frac{r_1^2 - r_0^2}{2 r_1 l}(\Delta p - \gamma l) - \frac{r_0}{r_1}\tau_1. \tag{8.87}$$

Из выражений (8.86) и (8.87)

$$\tau_1 = \frac{a(2r_0 + a)}{2r_0 l}(\Delta p - \gamma l). \qquad (8.88)$$

Составим уравнение динамического равновесия по внутренней полости бурильных труб, выделив при этом кольцо жидкости вокруг керна и сам керн весом G:

$$2\pi r_1 l\tau_2 + \pi\left(r_1^2 - r_0^2\right)l\gamma + G - \pi r_1^2\Delta p = 0. \qquad (8.89)$$

Здесь

$$G = \pi r_0^2\gamma_{\text{т}} l, \qquad (8.90)$$

где $\gamma_{\text{т}}$ — удельный вес керна.

Следовательно, по выражениям (8.86), (8.90) и уравнению (8.89) можно записать:

$$\frac{\Delta p - \gamma l}{\gamma l} = \left(\frac{r_{\text{а}}}{r_{\text{а}} + a^*}\right)^2\left(\gamma_{\text{т}}^* - 1\right), \qquad (8.91)$$

где $\gamma_{\text{т}}^* = \frac{\gamma_{\text{т}}}{\gamma}$; $r_{\text{а}} = r_0/r_1$; $a^* = a/r_1$.

Подставив (8.86), (8.88) и (8.91) в (8.85), получим

$$\overline{u}_{\text{т}} = \frac{(\delta^* - a^*)^{\frac{1}{7}}}{(r_{\text{а}} + a^*)^{\frac{8}{7}}}\left(\gamma_{\text{т}}^* - 1\right)^{\frac{4}{7}}\left\{\left[1 - (r_{\text{а}} + a^*)^2\right]^{\frac{4}{7}} - \left[\frac{a^*(2r_{\text{а}} + a^*)}{r_{\text{а}}}\right]^{\frac{4}{7}}\left(\frac{a^*}{\delta^* - a^*}\right)^{\frac{1}{7}}\right\}, \qquad (8.92)$$

где $\overline{u}_{\text{т}} = \frac{1}{8{,}74}\left(\frac{16\nu}{r_1^5 g^4}\right)^{\frac{1}{7}} u_{\text{т}}$; $\delta^* = 1 - r_{\text{а}}$.

Расход жидкости в кольцевом пространстве, образованном керном и внутренней полостью центральной колонны,

$$q = 2\pi\left[\int_0^a (r_0 + y_1)u_{\text{I}}dy_1 + \int_0^{\delta - a}(r_1 - y_2)u_{\text{II}}dy_2\right]. \qquad (8.93)$$

После подстановки (8.83), (8.84), (8.86) и (8.88) в (8.93) можно записать:

$$q = 15{,}295\pi r_0 \left(\frac{g^4}{16\nu}\right)^{\frac{1}{7}} \left(\frac{\Delta p - \gamma l}{\gamma l}\right)^{\frac{4}{7}} \left\{ \left[\frac{a(2r_0 + a)}{r_0}\right]^{\frac{4}{7}} \left(a^{\frac{8}{7}} + \frac{8}{15}\frac{a^{\frac{15}{7}}}{r_0} \right) + \left[\frac{r_1^2 - (r_0 + a)^2}{r_1}\right]^{\frac{4}{7}} \times \right.$$

$$\left. \times \left[\frac{r_1 (\delta - a)^{\frac{8}{7}}}{r_0} - \frac{8(\delta - a)^{\frac{15}{7}}}{15 r_0} \right] \right\} + 2\pi a \left(r_0 + \frac{a}{2} \right) u_{\text{т}},$$

или по (8.91)

$$q = 15{,}295\pi r_0 r_1^{\frac{12}{7}} \left(\frac{g^4}{16\nu}\right)^{\frac{1}{7}} \left(\frac{r_{\text{a}}}{r_{\text{a}} + a^*}\right)^{\frac{8}{7}} \left(\gamma_{\text{т}}^* - 1\right)^{\frac{4}{7}} \left\{ \left[\frac{a^*(2r_{\text{a}} + a^*)}{r_{\text{a}}}\right]^{\frac{4}{7}} \left(a^{*\frac{8}{7}} + \frac{8}{15}\frac{a^{*\frac{15}{7}}}{r_{\text{a}}} \right) + \right.$$

$$\left. + \left[1 - (r_{\text{a}} + a^*)^2\right]^{\frac{4}{7}} \frac{(\delta^* - a^*)^{\frac{8}{7}}}{r_{\text{a}}} \left[1 - \frac{8}{15}(\delta^* - a^*)\right] \right\} + 2\pi r_1^2 a^* \left(r_{\text{a}} + \frac{a^*}{2} \right) u_{\text{т}}, \qquad (8.94)$$

где $\delta^* = \delta / r_1$ или $\delta^* = 1 - r_{\text{a}}$.

Согласно уравнению материального баланса (8.70) и выражению (8.94)

$$u_{\text{т}} = \frac{Q}{\pi r_1^2 (r_{\text{a}} + a^*)^2} - \frac{15{,}295 r_{\text{a}}}{(r_{\text{a}} + a^*)^2} \left(\frac{r_1^5 g^4}{16\nu}\right)^{\frac{1}{7}} \left(\frac{r_{\text{a}}}{r_{\text{a}} + a^*}\right)^{\frac{8}{7}} \left(\gamma_{\text{т}}^* - 1\right)^{\frac{4}{7}} \left\{ \left[\frac{a^*(2r_{\text{a}} + a^*)}{r_{\text{a}}}\right]^{\frac{4}{7}} \times \right.$$

$$\left. \times a^{*\frac{8}{7}} \left(1 + \frac{8}{15}\frac{a^*}{r_{\text{a}}} \right) + \left[1 - (r_{\text{a}} + a^*)^2\right]^{\frac{4}{7}} \frac{(\delta^* - a^*)^{\frac{8}{7}}}{r_{\text{a}}} \left[1 - \frac{8}{15}(\delta^* - a^*)\right] \right\}$$

или

$$\overline{u}_{\text{т}} = \frac{\overline{Q}}{(r_{\text{a}} + a^*)^2} - \frac{7}{4} \frac{r_{\text{a}}^{\frac{15}{7}}}{(r_{\text{a}} + a^*)^{22/7}} \left(\gamma_{\text{т}}^* - 1\right)^{\frac{4}{7}} \left\{ \left(\frac{2r_{\text{a}} + a^*}{r_{\text{a}}}\right)^{\frac{4}{7}} a^{*\frac{12}{7}} \left(1 + \frac{8}{15}\frac{a^*}{r_{\text{a}}} \right) + \right.$$

$$\left. + \left[1 - (r_{\text{a}} + a^*)^2\right] \frac{(\delta^* - a^*)^{\frac{8}{7}}}{r_{\text{a}}} \left[1 - \frac{8}{15}(\delta^* - a^*)\right] \right\}, \qquad (8.95)$$

где $\overline{Q} = \dfrac{Q}{8{,}74\pi r_1^2} \left(\dfrac{16\nu}{r_1^4 g^4}\right)^{\frac{1}{7}}$.

Из равенства значений $\overline{u}_т$, найденных по формулам (8.92) и (8.95), получим следующее трансцендентное уравнение для определения a^*:

$$\frac{\overline{Q}}{(r_а+a^*)^2}-\frac{7r_а^{\frac{15}{7}}}{4(r_а+a^*)^{22/7}}\left(\gamma_т^*-1\right)^{\frac{4}{7}}\left\{\left(\frac{2r_а+a^*}{r_а}\right)^{\frac{4}{7}}a^{*\frac{12}{7}}\left(1+\frac{8}{15}\frac{a^*}{r_а}\right)+\right.$$

$$\left.+\left[1-(r_а+a^*)^2\right]^{\frac{4}{7}}\frac{(\delta^*-a^*)^{\frac{8}{7}}}{r_а}\left[1-\frac{8}{15}(\delta^*-a^*)\right]\right\}-\frac{\left(\gamma_т^*-1\right)^{\frac{4}{7}}}{(r_а+a^*)^{\frac{8}{7}}}\left\{(\delta^*-a^*)^{\frac{1}{7}}\times\right.$$

$$\left.\times\left[1-(r_а+a^*)^2\right]^{\frac{4}{7}}-\left(\frac{2r_а+a^*}{r_а}\right)^{\frac{4}{7}}a^{*\frac{5}{7}}\right\}=0. \qquad (8.96)$$

По уравнению (8.96) при $\gamma_т^*$ = 2,6 были проведены расчеты по определению a^* в диапазоне $0{,}7 \le r_а \le 0{,}95$ и $0 \le \overline{Q} \le 0{,}4$.

Аппроксимация построенных зависимостей позволила получить выражение

$$a^* = -0{,}64885r_а + 0{,}634848 - r_а(-0{,}628809 + 3{,}54653r_а -$$

$$- 3{,}1033r_а^2)\overline{Q}. \qquad (8.97)$$

Расхождение между значениями a^*, полученными по трансцендентному уравнению (8.96) и по формуле (8.97), не превышает 2 %.

По формулам (8.95) и (8.97) при $\gamma_т^*$ = 2,6 выполнены расчеты по определению зависимости $\overline{u}_т = f(\overline{Q},\ r_а)$. Аппроксимацией результатов расчета получена формула

$$\overline{u}_т=(-1{,}02088r_а+2{,}03913)\overline{Q}-r_а(3{,}4898-6{,}87753r_а+3{,}38794r_а^2). \qquad (8.98)$$

Положив в формуле (8.98) $\overline{u}_т=0$, получим выражение для определения расхода жидкости $Q_{кр}$, при котором происходит зависание керна:

$$\overline{Q}_{кр}=\frac{r_а(3{,}48981-6{,}87753r_а+3{,}38794r_а^2)}{2{,}03913-1{,}02088r_а}. \qquad (8.99)$$

В табл. 8.11 приведены значения $Q_{кр}$ при различных $r_а$.

Значения $Q_{кр}$, приведенные в табл. 8.11, были найдены по соответствующим $\overline{Q}_{кр}$ при ν = 10^{-6} м^2/с и r_1 = 0,021 м.

Таблица 8.11

$r_а$	$\overline{Q}_{кр}$	$Q_{кр}$, 10^{-3} м^3/с	Re	$\mathrm{Re}_{кр.к.п}$
0,70	0,177377	2,420	21577,3	930,1
0,80	0,102134	1,398	11772,4	2025,9
0,85	0,066535	0,911	7464,1	2573,9
0,90	0,035551	0,487	3885,1	3121,8
0,95	0,012230	0,167	1298,1	3669,7

Значения $\mathrm{Re}_{кр.к.п}$ определялись по формуле

$$\mathrm{Re}=\frac{4Q}{\pi r_1(1+r_а)\nu}, \tag{8.100}$$

а критическое значение параметра Рейнольдса — по формуле (8.27).

Из табл. 8.11 следует, что при $r_1 = 0{,}021$ м и $\nu = 10^{-6}$ м^2/с во всех случаях, кроме $r_а = 0{,}95$, осуществляется турбулентный режим течения жидкости ($\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{кр.к.п}$); в случае $r_а = 0{,}95$ наблюдается течение в кольцевом пространстве при ламинарном режиме. Согласно формулам (8.78) и (8.98) объемный расход керна (породы) во внутренней полости центральной колонны бурильных труб

$$q_т=8{,}74\pi r_0^2\left(\frac{r_1^5 g}{16\nu}\right)^{\frac{1}{7}}\left[(-1{,}02088\,r_а+2{,}03913)\frac{Q}{8{,}74\pi r_1^2}\left(\frac{16\nu}{r_1^5 g^4}\right)^{\frac{1}{7}}-\right.$$

$$\left.-r_а(3{,}48981-6{,}8775r_а+3{,}3879r_а^2)\right]. \tag{8.101}$$

Исходя из равенства значений $q_т$, определенных по формулам (8.2) и (8.101), запишем следующее выражение для определения расхода жидкости Q, обеспечивающего полный гидротранспорт керна:

$$Q=\left[\pi R^2 v_{мех}(1-m)+8{,}74\pi r_1^2\left(\frac{r_1^5 g^4}{16\nu}\right)^{\frac{1}{7}} r_а^3(3{,}48981-6{,}8775r_а+\right.$$

$$\left.+3{,}3879r_а^2)\right] r_а^{-2}(2{,}0391-1{,}0209r_а)^{-1}. \tag{8.102}$$

В табл. 8.12—8.14 приведены значения Q, найденные по формуле (8.102) при различных r_1, R, $r_а$ и $v_{мех}$; расчеты проводились при $\nu = 10^{-6}$ м^2/с. Здесь даны также значения q и $u_т$, рассчитанные по формулам (8.70) и (8.99) при различных R и r_1. Используя значения q, определили соответствующие параметры Рейнольдса Re, а также $Re_{кр.к.п}$. Из сравнения Re и $Re_{кр.к.п}$ видно, что во всех случаях Re > $Re_{кр.к.п}$, т.е. наблюдается турбулентный режим течения.

Таблица 8.12

$R = 0{,}042$ м, $r_1 = 0{,}021$ м								
$v_{мех}$, м/ч	Q, 10^{-3} м^3/с	q, 10^{-3} м^3/с	Re	$u_т$, м/с	Q, 10^{-3} м^3/с	q, 10^{-3} м^3/с	Re	$u_т$, м/с
$r_а = 0{,}75$, $Re_{кр.к.п} = 1478{,}0$					$r_а = 0{,}78$, $Re_{кр.к.п} = 1806{,}8$			
50	2,0218	1,945	33693	0,099	1,7050	1,628	27726	0,091
60	2,0432	1,951	33797	0,118	1,7252	1,633	27812	0,109
70	2,0647	1,957	33901	0,138	1,7465	1,639	27914	0,128
80	2,0867	1,963	34005	0,158	1,7670	1,643	27982	0,147
90	2,1077	1,969	34109	0,178	1,7873	1,648	28067	0,165
100	2,1292	1,976	34230	0,197	1,8066	1,653	28152	0,182
110	2,1507	1,982	34337	0,217	1,8281	1,658	28237	0,202
120	2,1722	1,987	34221	0,237	1,8484	1,663	28323	0,220
130	2,1937	1,993	34525	0,257	1,8678	1,668	28408	0,237
140	2,2151	2,000	34646	0,276	1,8881	1,673	28493	0,255
150	2,2375	2,006	34750	0,297	1,9095	1,678	28578	0,275
160	2,2581	2,012	34854	0,316	1,9298	1,683	28663	0,293
170	2,2796	2,018	34958	0,336	1,9502	1,688	28748	0,311
180	2,3011	2,024	35062	0,355	1,9695	1,693	28833	0,328
190	2,3226	2,030	35166	0,375	1,9898	1,697	28902	0,347
200	2,3441	2,036	35270	0,395	2,0102	1,702	28987	0,365
$r_а = 0{,}80$, $Re_{кр.к.п} = 2026{,}0$					$r_а = 0{,}83$, $Re_{кр.к.п} = 2354{,}7$			
50	1,4969	1,420	23913	0,087	1,1942	1,118	18520	0,080
60	1,5166	1,424	23982	0,104	1,2130	1,121	18570	0,096
70	1,5361	1,429	24067	0,121	1,2317	0,124	18620	0,113
80	1,5559	1,433	24134	0,139	1,2505	1,127	19669	0,129
90	1,5756	1,437	24202	0,156	1,2692	1,131	18736	0,145
100	1,5953	1,442	24286	0,173	1,2880	1,134	18785	0,161
110	1,6150	1,445	24336	0,191	1,3067	1,138	18852	0,177
120	1,6346	1,450	24420	0,208	1,3255	1,141	18901	0,193
130	1,6544	1,454	24488	0,226	1,3443	1,145	18969	0,209
140	1,6740	1,458	24555	0,243	1,3630	1,147	19001	0,226
150	1,6937	1,463	24639	0,260	1,3817	1,151	19067	0,242
160	1,7133	1,467	24707	0,278	1,4005	1,154	19117	0,258
170	1,7330	1,471	24774	0,295	1,4192	1,157	19166	0,274
180	1,7527	1,476	24858	0,312	1,4380	1,161	19233	0,290
190	1,7724	1,480	24926	0,330	1,4567	1,165	19299	0,306
200	1,7920	1,484	24993	0,347	1,4755	1,168	19349	0,322
$r_а = 0{,}85$, $Re_{кр.к.п} = 2573{,}9$					$r_а = 0{,}88$, $Re_{кр.к.п} = 2902{,}6$			
50	1,0020	0,925	15158	0,077	0,7330	0,657	10594	0,071
60	1,0202	0,928	15207	0,092	0,7503	0,659	10626	0,085
70	1,0384	0,931	15256	0,107	0,7678	0,660	10643	0,100
80	1,0565	0,933	15289	0,123	0,7852	0,663	10691	0,114
90	1,0747	0,936	15338	0,138	0,8027	0,665	10723	0,128

Продолжение табл. 8.12

$R = 0{,}042$ м, $r_1 = 0{,}021$ м								
$v_{мех}$, м/ч	Q, 10^{-3} м^3/с	q, 10^{-3} м^3/с	Re	$u_т$, м/с	Q, 10^{-3} м^3/с	q, 10^{-3} м^3/с	Re	$u_т$, м/с
$r_а = 0{,}85$, $\mathrm{Re}_{кр.к.п} = 2573{,}9$				$r_а = 0{,}88$, $\mathrm{Re}_{кр.к.п} = 2902{,}6$				
100	1,0929	0,940	15403	0,153	0,8201	0,667	10755	0,143
110	1,1112	0,943	15453	0,169	0,8375	0,669	10788	0,157
120	1,1293	0,945	15485	0,184	0,8548	0,671	10820	0,171
130	1,1476	0,947	15518	0,200	0,8724	0,673	10852	0,186
140	1,1659	0,951	15584	0,215	0,8898	0,675	10884	0,200
150	1,1838	0,954	15633	0,230	0,9072	0,678	10933	0,214
160	1,2021	0,956	15666	0,246	0,9246	0,679	10949	0,229
170	1,2203	0,959	15715	0,261	0,9421	0,681	10981	0,243
180	1,2384	0,962	15764	0,276	0,9595	0,684	11029	0,257
190	1,2566	0,964	15797	0,292	0,9769	0,685	11046	0,272
200	1,2718	0,966	15829	0,305	0,9941	0,687	11078	0,286

Таблица 8.13

$R = 0{,}0755$ м, $r_1 = 0{,}0270$ м								
$v_{мех}$, м/ч	Q, 10^{-3} м^3/с	q, 10^{-3} м^3/с	Re	$u_т$, м/с	Q, 10^{-3} м^3/с	q, 10^{-3} м^3/с	Re	$u_т$, м/с
$r_а = 0{,}75$, $\mathrm{Re}_{кр.к.п} = 1478{,}0$					$r_а = 0{,}78$, $\mathrm{Re}_{кр.к.п} = 1806{,}8$			
50	4,1339	3,885	52344	0,193	3,5003	3,256	43130	0,175
60	4,2034	3,906	52627	0,231	3,5661	3,274	43369	0,210
70	4,2728	3,925	52883	0,266	3,6319	3,289	43567	0,246
80	4,3423	3,951	53233	0,304	3,6976	3,305	43779	0,282
90	4,4117	3,969	53476	0,343	3,7634	3,320	43978	0,318
100	4,4812	3,990	53759	0,381	3,8292	3,339	44230	0,353
110	4,5506	4,010	54028	0,420	3,8950	3,353	44415	0,383
120	4,6201	4,029	54284	0,459	3,9608	3,370	44640	0,424
130	4,6895	4,049	54554	0,497	4,0266	3,386	44852	0,460
140	4,7590	4,068	54810	0,536	4,0924	3,401	45051	0,496
150	4,8284	4,089	55093	0,574	4,1582	3,417	45263	0,532
160	4,8978	4,108	55349	0,613	4,2240	3,434	45488	0,567
170	4,9673	4,127	55605	0,652	4,2897	3,449	45687	0,603
180	5,0367	4,148	55888	0,690	4,3555	3,465	45899	0,639
190	5,1062	4,167	56144	0,729	4,4213	3,482	46124	0,674
200	5,1756	4,186	56400	0,768	4,4871	3,498	46336	0,710
$r_а = 0{,}80$, $\mathrm{Re}_{кр.к.п} = 2025{,}9$					$r_а = 0{,}83$, $\mathrm{Re}_{кр.к.п} = 2354{,}7$			
50	3,0844	2,842	37228	0,166	2,4800	1,844	23752	0,403
60	3,1480	2,855	37398	0,200	2,5406	1,846	23785	0,440
70	3,2116	2,864	37516	0,237	2,6012	1,847	23797	0,478
80	3,2752	2,882	37752	0,268	2,6618	1,849	23823	0,515
90	3,3387	2,896	37935	0,302	2,7224	1,850	23836	0,553
100	3,4023	2,910	38119	0,336	2,7830	1,852	23862	0,590
110	3,4659	2,924	38302	0,370	2,8435	1,853	23875	0,628
120	3,5295	2,937	38472	0,404	2,9041	1,854	23875	0,666
130	3,5931	2,951	38656	0,438	2,9647	1,855	23901	0,703
140	3,6567	2,965	38839	0,472	3,0253	1,856	23913	0,741
150	3,7203	2,980	39035	0,505	3,0859	1,859	23952	0,778
160	3,7838	2,992	39193	0,540	3,1465	1,859	23952	0,816

П р о д о л ж е н и е т а б л. 8.13

R = 0,0755 м, r_1 = 0,0270 м								
$v_{мех}$, м/ч	Q, 10^{-3} $м^3/с$	q, 10^{-3} $м^3/с$	Re	$u_т$, м/с	Q, 10^{-3} $м^3/с$	q, 10^{-3} $м^3/с$	Re	$u_т$, м/с
	$r_а$ = 0,80, $Re_{кр.к.п}$ = 2025,9				$r_а$ = 0,83, $Re_{кр.к.п}$ = 2354,7			
170	3,8474	3,006	39376	0,574	3,2071	1,861	23978	0,853
180	3,9110	3,020	39559	0,608	3,2677	1,862	23991	0,891
190	3,9746	3,034	39743	0,642	3,3283	1,863	24004	0,929
200	4,0382	3,049	39939	0,675	3,3888	1,865	24029	0,966
	$r_а$ = 0,85, $Re_{кр.к.п}$ = 2573,9				$r_а$ = 0,88, $Re_{кр.к.п}$ = 2902,6			
50	2,0961	1,848	23553	0,150	1,5604	1,312	16455	0,140
60	2,1549	1,857	23668	0,180	1,6167	1,319	16543	0,168
70	2,2137	1,866	23782	0,210	1,6730	1,325	16618	0,196
80	2,2725	1,875	23897	0,240	1,7293	1,332	16706	0,224
90	2,3313	1,885	24025	0,270	1,7856	1,339	16793	0,252
100	2,3900	1,894	24139	0,300	1,8419	1,345	16869	0,280
110	2,4488	1,903	24254	0,330	1,8982	1,352	16956	0,308
120	2,5076	1,912	24369	0,360	1,9546	1,359	17044	0,336
130	2,5664	1,919	24458	0,391	2,0109	1,365	17119	0,364
140	2,6252	1,929	24585	0,421	2,0672	1,372	17208	0,392
150	2,6839	1,938	24700	0,451	2,1235	1,379	17295	0,420
160	2,7427	1,947	24815	0,481	2,1798	1,385	17370	0,448
170	2,8015	1,956	24929	0,511	2,2361	1,390	17433	0,477
180	2,8603	1,965	25044	0,541	2,2924	1,397	17521	0,505
190	2,9190	1,974	25159	0,571	2,3487	1,403	17596	0,533
200	2,9778	1,983	25274	0,601	2,4050	1,410	17684	0,561

Т а б л и ц а 8.14

R = 0,160 м, r_1 = 0,0325 м								
$v_{мех}$, м/ч	Q, 10^{-3} $м^3/с$	q, 10^{-3} $м^3/с$	Re	$u_т$, м/с	Q, 10^{-3} $м^3/с$	q, 10^{-3} $м^3/с$	Re	$u_т$, м/с
	$r_а$ = 0,75, $Re_{кр.к.п}$ = 1478,0				$r_а$ = 0,78, $Re_{кр.к.п}$ = 1806,8			
50	7,8228	6,707	75073	0,598	6,7229	5,606	61692	0,553
60	8,1347	6,794	76048	0,718	7,0184	5,678	62484	0,664
70	8,4466	6,882	77032	0,838	7,3138	5,751	63288	0,774
80	8,7514	6,969	78006	0,955	7,6093	5,823	64080	0,885
90	9,0703	7,060	79024	1,077	7,9047	5,894	64861	0,996
100	9,3822	7,148	80010	1,197	8,2002	5,967	64935	1,106
110	9,6941	7,238	81017	1,316	8,4956	6,039	66457	1,217
120	10,0060	7,326	82002	1,436	8,7911	6,110	67238	1,328
130	10,3178	7,413	82976	1,556	9,0866	6,183	68042	1,438
140	10,6247	7,503	83983	1,675	9,3820	6,255	68834	1,549
150	10,9416	7,591	84968	1,795	9,6775	6,326	69615	1,660
160	11,2535	7,679	85953	1,915	9,9736	6,398	70408	1,771
170	11,5654	7,767	86938	2,035	10,2684	6,471	71211	1,881
180	11,8773	7,857	87946	2,154	10,5639	6,542	71992	1,992
190	12,1892	7,945	88931	2,274	10,8593	6,616	72807	2,102
200	12,5272	8,040	89994	2,404	11,1548	6,687	73588	2,213
	$r_а$ = 0,80, $Re_{кр.к.п}$ = 2025,9				$r_а$ = 0,83, $Re_{кр.к.п}$ = 2354,7			
50	6,0038	4,887	53182	0,526	4,8228	3,819	40878	0,439
60	6,2893	4,949	53857	0,631	5,2337	3,894	41681	0,586

П р о д о л ж е н и е т а б л. 8.14

R = 0,160 м, r_1 = 0,0325 м								
$v_{мех}$, м/ч	Q, 10^{-3} м^3/с	q, 10^{-3} м^3/с	Re	$u_т$, м/с	Q, 10^{-3} м^3/с	q, 10^{-3} м^3/с	Re	$u_т$, м/с
	$r_а$ = 0,80, $\mathrm{Re}_{кр.к.п}$ = 2025,9				$r_а$ = 0,83, $\mathrm{Re}_{кр.к.п}$ = 2354,7			
70	6,5749	5,012	54542	0,736	5,5058	3,942	42195	0,684
80	6,8604	5,074	55217	0,841	5,7779	3,993	42741	0,781
90	7,1460	5,135	55881	0,947	6,0500	4,041	43255	0,879
100	7,4316	5,197	56556	1,052	6,3221	4,089	43769	0,977
110	7,7171	5,260	57241	1,157	6,5942	4,137	44282	1,075
120	8,0027	5,322	57916	1,262	6,8663	4,187	44818	1,172
130	8,2883	5,385	58602	1,367	7,1384	4,235	45331	1,270
140	8,5738	5,446	59265	1,473	7,4105	4,283	45845	1,368
150	8,8594	5,508	59940	1,578	7,6827	4,331	46359	1,466
160	9,1449	5,571	60626	1,683	7,9548	4,382	46905	1,563
170	9,4305	5,633	61300	1,788	8,2269	4,430	47419	1,661
180	9,7161	5,696	61986	1,893	8,4990	4,478	47932	1,759
190	10,0016	5,756	62639	1,999	8,7711	4,528	48468	1,856
200	10,2872	5,819	63325	2,104	9,0432	4,576	48981	1,954
	$r_а$ = 0,85, $\mathrm{Re}_{кр.к.п}$ = 2573,9				$r_а$ = 0,88, $\mathrm{Re}_{кр.к.п}$ = 2902,6			
50	4,3009	3,184	33713	0,466	3,3797	2,264	23972	0,434
60	4,5649	3,225	34147	0,559	3,6326	2,294	24289	0,521
70	4,8289	3,266	34583	0,652	3,8855	2,323	24596	0,608
80	5,0929	3,307	35015	0,745	4,1384	2,352	24904	0,695
90	5,3568	3,348	35449	0,838	4,3913	2,382	25221	0,782
100	5,6208	3,386	35852	0,932	4,6442	2,411	25528	0,869
110	5,8848	3,427	36286	1,025	4,8971	2,440	25835	0,956
120	6,1488	3,468	36720	1,118	5,1500	2,470	26135	1,043
130	6,4128	3,509	37154	1,211	5,4029	2,499	26460	1,130
140	6,6767	3,550	37588	1,304	5,6558	2,528	26767	1,217
150	6,9407	3,591	38022	1,397	5,9087	2,558	27085	1,304
160	7,2047	3,630	38435	1,491	6,1616	2,587	27392	1,391
170	7,4687	3,671	38869	1,584	6,4145	2,616	27699	1,478
180	7,7327	3,712	39304	1,677	6,6674	2,646	28017	1,565
190	7,9966	3,753	39738	1,770	6,9250	2,677	28345	1,653
200	8,2606	3,794	40172	1,863	7,2850	2,719	28789	1,777

Из табл. 8.12—8.14 следует, что зависимость $Q = f(v_{мех})$ становится более выраженной при относительно больших радиусах скважин. Помимо этого с увеличением $r_а$, т.е. отношения радиуса керна к радиусу внутренней полости центральной колонны, скорость движения керна снижается в связи с уменьшающимся потребным расходом жидкости.

Приведенные здесь соотношения могут быть использованы и при промывке скважины глинистым раствором, если режим течения в пространстве между керном и внутренней полостью центральной колонны является турбулентным.

Если Δ — толщина стенки центральной колонны, δ_0 — радиальный зазор между колоннами труб, то

$$r_3 = r_1 + \Delta + \delta_0$$

и, значит,

$$r_1 = r_3 - \Delta - \delta_0. \qquad (8.103)$$

Тогда скорость движения керна $u_т$ в соответствии с (8.98) и (8.103) можно определить так:

$$u_т = 8{,}74\left(r_3 - \Delta - \delta_0\right)^{\frac{5}{7}}\left(\frac{g^4}{16\nu}\right)^{\frac{1}{7}}\left[\left(-1{,}02088 r_а + 2{,}03913\right)\times\right.$$

$$\left.\times\frac{Q}{8{,}74\pi\left(r_3 - \Delta - \delta_0\right)^{19/7}}\left(\frac{16\nu}{g^4}\right)^{\frac{1}{7}} - r_а\left(3{,}499 - 6{,}877 r_а + 3{,}388 r_а^2\right)\right]. \qquad (8.104)$$

Из выражения (8.104) видно, что $u_т$ зависит от радиального зазора δ_0, т.е. зазора между внешней и внутренней колоннами труб. Значение δ_0 обусловливает давление нагнетания на насосе $p_н$ или гидравлические сопротивления в системе. При незначительных δ_0 наблюдаются высокие потери давления в кольцевом пространстве $\Delta p_{к.п}$ между центральной и внешней колоннами бурильных труб и относительно низкие потери во внутренней полости центральных труб $\Delta p_т$. При относительно высоких δ_0 картина обратная.

Значит, $p_н$ имеет минимум относительно δ_0, т.е. выполняется условие

$$\frac{\partial p_н}{\partial \delta_0} = 0. \qquad (8.105)$$

Следовательно, чтобы определить оптимальное значение δ_0, необходимо составить выражение для расчета $p_н$ и выполнить условие (8.105).

8.3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ ЗНАЧЕНИИ РАДИАЛЬНОГО ЗАЗОРА МЕЖДУ ВНЕШНЕЙ И ЦЕНТРАЛЬНОЙ КОЛОННАМИ БУРИЛЬНЫХ ТРУБ

Если длину колонны труб обозначить l, удельный вес промывочной жидкости в кольцевом пространстве — γ, а забойное давление — $p_{заб}$, то можно составить следующее уравнение динамического равновесия:

$$p_н + \gamma l - \Delta p_{к.п} - p_{заб} = 0. \qquad (8.106)$$

Обозначив удельный вес жидкости во внутренней полости центральной колонны бурильных труб $\gamma_т$, можно составить уравнение равновесия:

$$p_{заб} + \gamma_т l - \Delta p_т = 0. \tag{8.107}$$

Значит, определив по (1.6) $p_{заб}$ и подставив его в (8.106), получим

$$p_н = (\gamma_т - \gamma)l + \Delta p_{к.п} + \Delta p_т. \tag{8.108}$$

Согласно формуле Дарси—Вейсбаха

$$\Delta p_т = \frac{\lambda_т \gamma l v_т^2}{4 g r_1}, \tag{8.109}$$

где $\lambda_т$ — коэффициент гидравлических сопротивлений при течении жидкости в трубе; $v_т$ — средняя скорость движения жидкости в трубе.

Согласно формуле Блазиуса

$$\lambda_т = \frac{0{,}3164}{\mathrm{Re}_т^{0{,}25}}. \tag{8.110}$$

Так как

$$\mathrm{Re}_т = \frac{2 v_т r_1}{\nu}, \tag{8.111}$$

то по (8.109)—(8.111)

$$\Delta p_т = 0{,}066515 \frac{\nu^{0{,}25} \gamma l v_т^{1{,}75}}{g r_т^{1{,}25}}$$

или с учетом (8.103)

$$\Delta p_т = 0{,}066515 \frac{\nu^{0{,}25} \gamma l v_т^{1{,}75}}{g\left(r_3 - \Delta - \delta_0\right)^{1{,}25}}. \tag{8.112}$$

Среднюю скорость можно выразить через расход в следующем виде:

$$v_т = \frac{Q}{\pi\left(r_3 - \Delta - \delta_0\right)^2}. \tag{8.113}$$

Тогда по (8.112) и (8.113)

$$\Delta p_т = 0{,}066515 \frac{\nu^{0{,}25} \gamma l Q^{1{,}75}}{\pi^{1{,}75} g\left(r_3 - \Delta - \delta_0\right)^{4{,}75}}. \tag{8.114}$$

В работах [10—14] показано, что при турбулентном режиме течения в кольцевом пространстве потери давления могут быть найдены по формуле Дарси—Вейсбаха, составленной с помощью гидравлического радиуса:

$$\Delta p_{\text{к.п}} = \frac{\lambda_{\text{к.п}} \gamma l v_{\text{к.п}}^2}{8 g R_h}, \tag{8.115}$$

где $\lambda_{\text{к.п}}$ — коэффициент гидравлических сопротивлений при течении жидкости в кольцевом пространстве; $v_{\text{к.п}}$ — средняя скорость течения жидкости в кольцевом пространстве; R_h — гидравлический радиус.

При течении жидкости через кольцевое пространство

$$R_h = \frac{r_3 - r_2}{2}, \tag{8.116}$$

где r_2 — радиус внешней поверхности центральной колонны, $r_2 = r_1 + \Delta$.

Значит, по (8.115) и (8.116)

$$\Delta p_{\text{к.п}} = \frac{\lambda_{\text{к.п}} \gamma l v_{\text{к.п}}^2}{4 g (r_3 - r_2)}.$$

По формуле Блазиуса

$$\lambda_{\text{к.п}} = \frac{0{,}3164}{\mathrm{Re}_{\text{к.п}}^{0{,}25}}, \tag{8.118}$$

где $\mathrm{Re}_{\text{к.п}}$ — критерий Рейнольдса при течении жидкости через кольцевое пространство,

$$\mathrm{Re}_{\text{к.п}} = \frac{2 v_{\text{к.п}} (r_3 - r_2)}{\nu}. \tag{8.119}$$

Согласно (8.117)—(8.119)

$$\Delta p_{\text{к.п}} = 0{,}066515 \frac{\nu^{0{,}25} \gamma l v_{\text{к.п}}^{1{,}75}}{g (r_3 - r_2)^{1{,}25}}. \tag{8.120}$$

Так как

$$v_{\text{к.п}} = \frac{Q}{\pi \left(r_3^2 - r_2^2 \right)}, \tag{8.121}$$

то

$$\Delta p_{\text{к.п}} = \frac{0{,}066515 \nu^{0{,}25} \gamma l Q^{1{,}75}}{\pi^{1{,}75} (r_3 - r_2)^3 (r_3 + r_2)^{1{,}75} g}. \tag{8.122}$$

Имея в виду, что

$$r_3 - r_0 = \delta_0, \tag{8.123}$$

можно записать:

$$\Delta p_{\text{к.п}} = \frac{0{,}066515 \nu^{0{,}25} \gamma l Q^{1{,}75}}{\pi^{1{,}75} \delta_0^3 \left(2r_3 - \delta_0\right)^{1{,}75}}. \tag{8.124}$$

Следовательно, согласно выражениям (8.108), (8.114) и (8.124) давление нагнетания можно определить по формуле

$$p_{\text{н}} = \left(\gamma_{\text{т}} - \gamma\right) l + 0{,}066515 \frac{\gamma l \nu^{0{,}25} Q^{1{,}75}}{\pi^{1{,}75} g} \left[\frac{1}{\delta_0^3 \left(2r_3 - \delta_0\right)^{1{,}75}} + \frac{1}{\left(r_3 - \delta_0 - \Delta\right)^{4{,}75}}\right]. \tag{8.125}$$

Так как концентрация твердой фазы в жидкости определяется по формуле (8.22), а удельный вес смеси в трубе находится как

$$\gamma_{\text{т}} = \gamma_{\text{ж}}(1 - \alpha_0) + \gamma_{\text{п}} \alpha_0,$$

то

$$\gamma_{\text{т}} = \frac{\pi R^2 v_{\text{мех}} \gamma_{\text{п}} \left(1 - m\right) + \gamma_{\text{ж}} Q}{\pi R^2 v_{\text{мех}} \left(1 - m\right) + Q}, \tag{8.126}$$

где $\gamma_{\text{п}}$ — удельный вес керна.

По выражениям (8.125) и (8.126)

$$p_{\text{н}} = \frac{\pi R^2 v_{\text{мех}} \left(1 - m\right) \left(\gamma_{\text{п}} - \gamma\right) l}{\pi R^2 v_{\text{мех}} \left(1 - m\right) + Q} + \frac{0{,}066515 \gamma l \nu^{0{,}25}}{\pi^{1{,}75} g} Q^{1{,}75} \left[\frac{1}{\delta_0^3 \left(2r_3 - \delta_0\right)^{1{,}75}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\left(r_3 - \delta_0 - \Delta\right)^{4{,}75}}\right]. \tag{8.127}$$

По формуле (8.127) и условию (8.105) имеем:

$$\frac{3}{\delta_0^4 \left(2r_3 - \delta_0\right)^{1{,}75}} + \frac{1{,}75}{\delta_0^3 \left(2r_3 - \delta_0\right)^{2{,}75}} - \frac{4{,}75}{\left(r_3 - \Delta - \delta_0\right)^{5{,}75}} = 0. \tag{8.128}$$

По трансцендентному уравнению (8.128) были найдены значения δ_0 для выпускаемых в настоящее время труб, составляющих внешнюю поверхность колонны бурильных труб (табл. 8.15). Здесь же приведены существующие значения δ_0 и соответствующие величины r_1.

Представляет интерес определять значения Q, v, $u_{\text{т}}$ и $p_{\text{н}}$ при исходных данных, приведенных в табл. 8.16.

Таблица 8.15

r_3, м	δ_0, м		r_1, м	
	по уравнению (8.128)	существующие	по формуле (8.103)	существующие
0,0305	0,01010	0,0065	0,01740	0,0210
0,0385	0,01303	0,0085	0,02247	0,0270
0,0450	0,01544	0,0075	0,02656	0,0325
0,0480	0,01660	0,0105	0,02840	0,0325

Таблица 8.16

r_3, м	r_1, м	R, м	r_3, м	r_1, м	R, м
0,0305	0,01740	0,0850	0,0480	0,02840	0,0850
		0,0950			0,0950
0,0385	0,02247	0,0850			0,1100
		0,0950			0,1225
		0,1100			0,1600
0,0450	0,02656	0,0850			
		0,0950			
		0,1100			
		0,1225			
		0,1600			

В табл. 8.17—8.24 приведены результаты расчетов по определению $\Delta p_{\text{т}}$, $\Delta p_{\text{к.п}}$ и $p_{\text{н}}$, отнесенных на 1 м двойной бурильной колонны. Здесь же даны значения Q и $u_{\text{т}}$, найденные по (8.102) и (8.98).

Очевидно, что к $p_{\text{н}}$ необходимо прибавить потери давления в муфтовых $\Delta p_{\text{муф}}$ и замковых $\Delta p_{\text{зап}}$ соединениях:

$$\Delta p_{\text{муф}} = \left[0{,}05 + \left(\frac{d_{\text{муф}}^2 - 4r_2^2}{4r_3^2 - d_{\text{муф}}^2}\right)^2\right] \frac{\gamma Q^2}{4\pi^2 g\left(r_3^2 - r_2^2\right)^2 \left(r_3 - r_2\right)}; \tag{8.129}$$

$$\Delta p_{\text{зам}} = \frac{8\gamma Q^2}{\pi^2 g}\left[\left(\frac{1}{d_{\text{зам}}}\right)^2 - \left(\frac{1}{2r_1}\right)^2\right]^2, \tag{8.130}$$

где $d_{\text{муф}}$ — диаметр муфты; $d_{\text{зам}}$ — наименьший внутренний диаметр проходного сечения в замковом соединении.

Сравнение результатов расчетов по выведенным выше формулам с данными практических наблюдений показывает, что они незначительно отличаются между собой.

Выведенные здесь количественные соотношения получены при условии, что промывка скважины проводится водой.

Таблица 8.17

δ, м	Q, 10^{-3} м^3/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_н/l$, 10^5 Па/м
$v_{мех}$ = 100 м/ч						
0,0010	0,852	0,8962	0,7497	0,002187	0,00083	0,003018
0,0015	0,980	1,0306	0,7982	0,002794	0,00357	0,006369
0,0020	1,134	1,1922	0,8506	0,003608	0,00461	0,008226
0,0025	1,308	1,3752	0,9071	0,004631	0,00592	0,010556
0,0030	1,500	1,5770	1,0536	0,005886	0,00753	0,013416
$v_{мех}$ = 200 м/ч						
0,0010	1,511	1,5886	1,4959	0,005961	0,00763	0,013588
0,0015	1,663	1,7484	1,5923	0,007050	0,00902	0,016070
0,0020	1,842	1,9366	1,7052	0,008431	0,01079	0,019220
0,0025	2,046	2,1511	1,8110	0,010132	0,01296	0,023100
0,0030	2,271	2,3876	1,9390	0,012162	0,01556	0,027722
$v_{мех}$ = 400 м/ч						
0,0010	2,830	2,9753	2,9893	0,017876	0,022870	0,040745
0,0015	3,028	3,1835	3,1798	0,020122	0,025743	0,045864
0,0020	3,260	3,4274	3,3889	0,022897	0,029293	0,052190
0,0025	3,522	3,7029	3,6187	0,026213	0,033536	0,059749
0,0030	3,813	4,0088	3,8751	0,030120	0,038534	0,068654
$v_{мех}$ = 600 м/ч						
0,0010	4,148	4,3610	4,4815	0,034903	0,044653	0,079556
0,0015	4,393	4,6186	4,7674	0,038590	0,049370	0,087960
0,0020	4,677	4,9172	5,0806	0,043061	0,055090	0,098151
0,0025	4,999	5,2557	5,4277	0,048382	0,061898	0,110280
0,0030	5,354	5,6290	5,8099	0,054554	0,069794	0,124348
$v_{мех}$ = 800 м/ч						
0,0010	5,466	5,7467	5,9738	0,056567	0,007237	0,128936
0,0015	5,758	6,0537	6,3550	0,061961	0,079269	0,141230
0,0020	6,095	6,4080	6,7736	0,068446	0,087565	0,156011
0,0025	6,475	6,8076	7,2354	0,076087	0,097342	0,173429
0,0030	6,896	7,2502	7,7460	0,084955	0,108686	0,193641

Таблица 8.18

r_1 = 0,0174 ì, R = 0,0950 ì, r_3 = 0,0305 ì

δ, м	Q, 10^{-3} м^3/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_н/l$, 10^5 Па/м
$v_{мех}$ = 100 м/ч						
0,0010	1,0166	1,0688	0,9361	0,002980	0,003812	0,006791
0,0015	1,1503	1,2094	0,9960	0,003699	0,004732	0,008933
0,0020	1,3099	1,3772	1,0606	0,004643	0,005940	0,010583
0,0025	1,4920	1,5686	1,1325	0,005831	0,007460	0,013291
0,0030	1,6921	1,7790	1,2121	0,007267	0,009298	0,016565
$v_{мех}$ = 200 м/ч						
0,0010	1,8399	1,9344	1,8683	0,008415	0,010765	0,019180
0,0015	2,0030	2,1059	1,9877	0,009763	0,012490	0,022253

Продолжение табл. 8.18

δ, м	Q, 10^{-3} м³/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_н/l$, 10^5 Па/м
			$v_{мех}$ = 200 м/ч			
0,0020	2,1953	2,3080	2,1177	0,011462	0,014664	0,026126
0,0025	2,4140	2,5380	2,2617	0,013534	0,017315	0,030849
0,0030	2,6550	2,7914	2,4211	0,015986	0,020452	0,036438
			$v_{мех}$ = 400 м/ч			
0,0010	3,4864	3,6655	3,7324	0,025751	0,03294	0,058691
0,0015	3,7082	3,8986	3,9709	0,028686	0,03670	0,065386
0,0020	3,9661	4,1698	4,2319	0,032268	0,04128	0,073548
0,0025	4,2581	4,4768	4,5202	0,036540	0,04675	0,083290
0,0030	4,5808	4,8161	4,8391	0,041523	0,05312	0,094643
			$v_{мех}$ = 600 м/ч			
0,0010	5,1330	5,3966	5,5967	0,050675	0,06483	0,115505
0,0015	5,4135	5,6915	6,0247	0,055620	0,07116	0,126780
0,0020	5,7370	6,0316	6,3462	0,061566	0,07876	0,140325
0,0025	6,1021	6,4155	6,7787	0,068585	0,08774	0,156325
0,0030	6,5066	6,8408	7,2571	0,076738	0,09817	0,174908
			$v_{мех}$ = 800 м/ч			
0,0010	6,7795	7,1277	7,4609	0,082549	0,10549	0,187949
0,0015	7,1188	7,4844	7,9377	0,089816	0,11491	0,204726
0,0020	7,5078	7,0934	8,4603	0,098580	0,12612	0,22470
0,0025	7,9461	8,3542	9,0371	0,108871	0,13928	0,248151
0,0030	8,4324	8,7655	9,6751	0,120797	0,15454	0,275337

Таблица 8.19

r_1 = 0,02247 ì, R = 0,0850 ì, r_3 = 0,0385 ì

δ, м	Q, 10^{-3} м³/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_н/l$, 10^5 Па/м
			$v_{мех}$ = 100 м/ч			
0,0010	0,9610	0,6058	0,4404	0,000843	0,001025	0,001868
0,0015	1,1149	0,7029	0,4594	0,001093	0,001330	0,002423
0,0020	1,3030	0,8215	0,4836	0,001436	0,001747	0,003183
0,0025	1,5202	0,9584	0,5076	0,001881	0,002288	0,004169
0,0030	1,7619	1,1108	0,5336	0,002435	0,002962	0,005397
			$v_{мех}$ = 200 м/ч			
0,0010	1,6103	1,0152	0,8758	0,002080	0,002530	0,004610
0,0015	1,7813	1,1230	0,9128	0,002482	0,003019	0,005501
0,0020	1,9880	1,2533	0,9625	0,003008	0,003659	0,006666
0,0025	2,2255	1,4030	1,0109	0,003664	0,004458	0,008122
0,0030	2,4893	1,5693	1,0630	0,004458	0,005423	0,009881
			$v_{мех}$ = 400 м/ч			
0,0010	2,9089	1,8339	1,7466	0,005855	0,007122	0,012977
0,0015	3,1140	1,9632	1,8256	0,006596	0,008025	0,014621
0,0020	3,3580	2,1170	1,9205	0,007527	0,009157	0,016684
0,0025	3,6361	2,2923	2,0174	0,008652	0,010525	0,019177
0,0030	3,9441	2,4865	2,1219	0,009975	0,012135	0,022110

Продолжение табл. 8.19

δ, м	Q, 10^{-3} м^3/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_н/l$, 10^5 Па/м
			$v_{мех}$ = 600 м/ч			
0,0010	4,2075	2,6526	2,6174	0,011170	0,013588	0,024760
0,0015	4,4468	2,8034	2,7385	0,012305	0,014969	0,027274
0,0020	4,7280	2,9807	2,8784	0,031699	0,016665	0,030365
0,0025	5,0467	3,1816	3,0239	0,015350	0,018680	0,034035
0,0030	5,3909	3,3986	3,1750	0,017234	0,020967	0,038202
			$v_{мех}$ = 800 м/ч			
0,0010	5,5060	3,4712	3,4882	0,017884	0,021756	0,039640
0,0015	5,7796	3,6437	3,6513	0,019468	0,023683	0,043151
0,0020	6,0981	3,8445	3,8364	0,021384	0,026014	0,047398
0,0025	6,4573	4,0709	4,0305	0,023636	0,028755	0,052391
0,0030	6,8531	4,3208	4,2396	0,026233	0,031914	0,058147

Таблица 8.20

r_1 = 0,02247 ì, R = 0,095 ì, r_3 = 0,0385 ì

δ, м	Q, 10^{-3} м^3/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_м/l$, 10^5 Па/м
			$v_{мех}$ = 100 м/ч			
0,0010	1,1483	0,7239	0,5492	0,001151	0,001400	0,002551
0,0015	1,2809	0,8075	0,5701	0,001394	0,001695	0,003084
0,0020	1,4736	0,9290	0,6029	0,001781	0,002167	0,004808
0,0025	1,6959	1,0692	0,6330	0,002277	0,002771	0,005048
0,0030	1,9432	1,2251	0,6655	0,002890	0,003516	0,006406
			$v_{мех}$ = 200 м/ч			
0,0010	1,9339	1,2192	1,0928	0,002866	0,003486	0,006352
0,0015	2,1132	1,3322	1,1402	0,003347	0,004072	0,007419
0,0020	2,3293	1,4685	1,2012	0,003969	0,00483	0,008799
0,0025	2,5769	1,6246	1,2616	0,004736	0,00576	0,010496
0,0030	2,8518	1,7979	1,3269	0,005655	0,00688	0,012535
			$v_{мех}$ = 400 м/ч			
0,0010	3,5559	2,2418	2,1805	0,008321	0,01012	0,018441
0,0015	3,7781	2,3819	2,2805	0,009252	0,01125	0,020502
0,0020	4,0406	2,5474	2,3978	0,010406	0,01266	0,023066
0,0025	4,3390	2,7355	2,5189	0,011788	0,01434	0,026122
0,0030	4,6690	2,9435	2,6495	0,013401	0,01630	0,029701
			$v_{мех}$ = 600 м/ч			
0,0010	5,1780	3,2644	3,2682	0,016061	0,01954	0,035601
0,0015	5,4429	3,4314	3,4207	0,017527	0,02132	0,038841
0,0020	5,7520	3,6263	3,5944	0,019305	0,02349	0,042795
0,0025	6,1010	3,8463	3,7755	0,021402	0,02604	0,047438
0,0030	6,4862	4,0892	3,9722	0,024468	0,02898	0,053449

П р о д о л ж е н и е т а б л. 8.20

δ, м	Q, 10^{-3} м^3/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_н/l$, 10^5 Па/м
			$v_{мех}$ = 800 м/ч			
0,0010	6,8001	4,2871	4,3560	0,025876	0,03148	0,057346
0,0015	7,1077	4,4810	4,5609	0,027959	0,03401	0,06197
0,0020	7,4633	4,7052	4,7910	0,030452	0,03705	0,06750
0,0025	7,8630	4,9571	5,0335	0,033364	0,040588	0,07395
0,0030	8,3034	5,2348	5,2949	0,036702	0,044650	0,08135

Т а б л и ц а 8.21

r_1 = 0,02247 ì , R = 0,110 ì , r_3 = 0,0385 ì

δ, м	Q, 10^{-3} м^3/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_н/l$, 10^5 Па/м
			$v_{мех}$ = 100 м/ч			
0,0010	1,3991	0,8820	0,7342	0,001626	0,001980	0,003606
0,0015	1,5645	0,9863	0,7683	0,001978	0,002408	0,004386
0,0020	1,7652	1,1128	0,8067	0,002443	0,002975	0,005418
0,0025	1,9961	1,2584	0,8472	0,003029	0,003689	0,006718
0,0030	2,2527	1,4202	0,8908	0,003743	0,004558	0,008301
			$v_{мех}$ = 200 м/ч			
0,0010	2,4865	1,5676	1,4634	0,004449	0,005418	0,009867
0,0015	2,6805	1,6899	1,5287	0,005074	0,006179	0,011253
0,0020	2,9124	1,8361	1,6089	0,005867	0,007145	0,013012
0,0025	3,1773	2,0031	1,6900	0,006833	0,008320	0,015153
0,0030	3,4710	2,1883	1,7776	0,007976	0,009713	0,017684
			$v_{мех}$ = 400 м/ч			
0,0010	4,6661	2,9417	2,9250	0,013389	0,016301	0,029690
0,0015	4,9126	3,0971	3,0575	0,014648	0,017837	0,032485
0,0020	5,2068	3,2826	3,2132	0,016218	0,019749	0,035967
0,0025	5,5397	3,4924	3,3757	0,018076	0,022011	0,040087
0,0030	5,9073	3,7242	3,5509	0,020227	0,024630	0,044857
			$v_{мех}$ = 600 м/ч			
0,0010	6,8381	4,3110	4,3815	0,026129	0,031818	0,057947
0,0015	7,1657	4,5175	4,6007	0,028359	0,034534	0,062893
0,0020	7,5013	4,7291	4,8176	0,030724	0,037413	0,068137
0,0025	7,9021	4,9818	5,0614	0,033654	0,040981	0,074635
0,0030	8,3436	5,2601	5,3242	0,037014	0,045072	0,082086
			$v_{мех}$ = 800 м/ч			
0,0010	9,2376	5,8237	5,9905	0,044230	0,053860	0,098090
0,0015	9,6092	6,0580	6,2742	0,047391	0,057709	0,105100
0,0020	10,0350	6,3265	6,5892	0,051127	0,062258	0,113385
0,0025	10,5105	6,6262	6,9226	0,055441	0,067512	0,122953
0,0030	11,0338	6,9561	7,2823	0,060362	0,073503	0,133865

Таблица 8.22

r_1 = 0,02656 ì, R = 0,085 ì, r_3 = 0,0450 ì

δ, м	Q, 10^{-3} м^3/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_н/l$, 10^5 Па/м
			$v_{мех}$ = 100 м/ч			
0,0010	1,1000	0,6935	0,3222	0,000491	0,000587	0,001078
0,0015	1,2767	0,8049	0,3341	0,000637	0,000762	0,001400
0,0020	1,4943	0,9421	0,3469	0,000839	0,001033	0,001842
0,0025	1,7484	1,1023	0,3609	0,001104	0,001320	0,002424
0,0030	2,0317	1,2809	0,3750	0,001436	0,001718	0,003154
			$v_{мех}$ = 200 м/ч			
0,0010	1,7442	1,0996	0,6293	0,001099	0,001543	0,002642
0,0015	1,9350	1,2218	0,6538	0,001318	0,001576	0,002894
0,0020	2,1676	1,3665	0,6796	0,001608	0,001923	0,003531
0,0025	2,4379	1,5370	0,7076	0,001975	0,002362	0,004337
0,0030	2,7386	1,7265	0,7365	0,002421	0,002896	0,005317
			$v_{мех}$ = 400 м/ч			
0,0010	3,0329	1,9121	1,2438	0,002895	0,003463	0,006358
0,0015	3,2516	2,0499	1,2929	0,003270	0,003911	0,007181
0,0020	3,5143	2,2156	1,3451	0,003746	0,004481	0,008227
0,0025	3,8169	2,4063	1,4010	0,004329	0,005178	0,009507
0,0030	4,1524	2,6178	1,4970	0,005017	0,006008	0,011025
			$v_{мех}$ = 600 м/ч			
0,0010	4,3215	2,7244	1,8582	0,005380	0,006435	0,011815
0,0015	4,5682	2,8800	1,9321	0,005928	0,007090	0,013018
0,0020	4,8610	3,0646	2,0106	0,006609	0,007905	0,014514
0,0025	5,1960	3,2758	2,0944	0,007427	0,008834	0,016310
0,0030	5,5663	3,5092	2,1829	0,008378	0,010021	0,018400
			$v_{мех}$ = 800 м/ч			
0,0010	5,6101	3,5369	2,4726	0,008493	0,010158	0,018651
0,0015	5,8848	3,7100	2,5713	0,009234	0,011045	0,020279
0,0020	6,2077	3,9136	2,6760	0,010139	0,012127	0,022266
0,0025	6,5750	4,1451	2,7878	0,011212	0,013411	0,024620
0,0030	6,9801	4,4005	2,9060	0,012449	0,014890	0,027340

Таблица 8.23

r_1 = 0,02656 ì, R = 0,095 ì, r_3 = 0,0450 ì

δ, м	Q, 10^{-3} м^3/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_н/l$, 10^5 Па/м
			$v_{мех}$ = 100 м/ч			
0,0010	1,2605	0,5688	0,3987	0,000623	0,000745	0,00137
0,0015	1,4407	0,6501	0,4138	0,000787	0,000941	0,00173
0,0020	1,6620	0,7499	0,4298	0,001014	0,001208	0,00222
0,0025	1,9201	0,8664	0,4472	0,001301	0,001556	0,00286
0,0030	2,2078	0,9962	0,4650	0,001661	0,001986	0,00365
			$v_{мех}$ = 200 м/ч			
0,0010	2,0653	0,9319	0,7825	0,001478	0,001768	0,00324
0,0015	2,2630	1,0211	0,8130	0,001734	0,002074	0,00381

П р о д о л ж е н и е т а б л. 8.23

δ, м	Q, 10^{-3} м^3/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_н/l$, 10^5 Па/м
			$v_{мех}$ = 200 м/ч			
0,0020	2,5031	1,1295	0,8454	0,002069	0,002474	0,00454
0,0025	2,7814	1,2550	0,8803	0,002488	0,002976	0,00546
0,0030	3,0908	1,3946	0,9167	0,002992	0,003579	0,00657
			$v_{мех}$ = 400 м/ч			
0,0010	3,6750	1,6582	1,5500	0,004051	0,004846	0,00890
0,0015	3,9076	1,7632	1,6114	0,004510	0,005395	0,00991
0,0020	4,1854	1,8886	1,6767	0,005087	0,006084	0,01117
0,0025	4,5041	2,0324	1,7465	0,005784	0,006918	0,01270
0,0030	4,8569	2,1916	1,8200	0,006600	0,007894	0,01449
			$v_{мех}$ = 600 м/ч			
0,010	5,2849	2,3847	2,3176	0,007651	0,009151	0,01680
0,015	5,5523	2,5053	2,4098	0,008341	0,009977	0,01832
0,020	5,8676	2,6476	2,5080	0,009187	0,010989	0,02018
0,025	6,2267	2,8096	2,6127	0,010194	0,012193	0,02239
0,030	6,6230	2,9885	2,7234	0,011356	0,013583	0,02494
			$v_{мех}$ = 800 м/ч			
0,0010	6,8943	3,1109	3,0849	0,012183	0,014572	0,026754
0,0015	7,1969	3,2474	3,2083	0,013134	0,015709	0,028840
0,0020	7,5498	3,4067	3,3392	0,014281	0,017082	0,031364
0,0025	7,9493	3,5869	3,4788	0,015630	0,018695	0,034325
0,0030	8,3890	3,7853	3,6267	0,017174	0,020542	0,037716

Т а б л и ц а 8.24

r_1 = 0,02656 ì, R = 0,110 ì, r_3 = 0,0450 ì

δ, м	Q, 10^{-3} м^3/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_н/l$, 10^5 Па/м
			$v_{мех}$ = 100 м/ч			
0,0010	1,5347	0,6925	0,5295	0,00088	0,00105	0,00113
0,0015	1,7209	0,7765	0,5498	0,00107	0,00128	0,00235
0,0020	1,9486	0,8793	0,5714	0,00133	0,00160	0,00293
0,0025	2,2136	0,9988	0,5948	0,00167	0,00200	0,00387
0,0030	2,5087	1,1320	0,6219	0,00208	0,00248	0,00456
			$v_{мех}$ = 200 м/ч			
0,0010	2,6138	1,1794	1,0440	0,00223	0,00264	0,00490
0,0015	2,8234	1,2740	1,0850	0,00255	0,00305	0,00560
0,0020	3,0764	1,3881	1,1287	0,00297	0,00355	0,00652
0,0025	3,3684	1,5199	1,1755	0,00348	0,00416	0,00764
0,0030	3,6926	1,6662	1,2245	0,00408	0,00489	0,00897
			$v_{мех}$ = 400 м/ч			
0,0010	4,7719	2,1532	2,0730	0,00640	0,00765	0,01405
0,0015	5,0283	2,2689	2,1555	0,00701	0,00839	0,01540
0,0020	5,3317	2,4058	2,2432	0,00777	0,00929	0,01706
0,0025	5,6779	2,5620	2,3367	0,00867	0,01037	0,01904
0,0030	6,0604	2,7346	2,4356	0,00972	0,01163	0,02135

Продолжение табл. 8.24

δ, м	Q, 10^{-3} м³/с	v, м/с	$u_т$, м/с	$\Delta p_{к.п}/l$, 10^5 Па/м	$\Delta p_т/l$, 10^5 Па/м	$p_н/l$, 10^5 Па/м
			$v_{мех}$ = 600 м/ч			
0,0010	6,9300	3,1270	3,1007	0,01229	0,01470	0,02699
0,0015	7,2541	3,2733	3,2360	0,01332	0,01593	0,02925
0,0020	7,5871	3,4235	3,3577	0,01440	0,01723	0,03163
0,0025	7,9875	3,6042	3,4980	0,01576	0,01885	0,03461
0,0030	8,4282	3,8030	3,6466	0,01731	0,02071	0,03802
			$v_{мех}$ = 800 м/ч			
0,0010	9,0881	4,1008	4,1310	0,01976	0,02363	0,04339
0,0015	9,4383	4,2588	4,2964	0,02111	0,02525	0,04636
0,0020	9,8424	4,4411	4,4721	0,02271	0,02717	0,04988
0,0025	10,2970	4,6463	4,6593	0,02458	0,02940	0,05398
0,0030	10,7959	4,8714	4,8578	0,02670	0,03194	0,05864

В некоторых случаях возникает необходимость использования в качестве промывочной жидкости глинистого раствора. При этом наибольший интерес вызывает определение значений Q, $u_т$ и $p_н$ при структурном режиме течения вязкопластичной жидкости в пространстве между керном и внутренней полостью центральной колонны.

8.3.3. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ПРИ СТРУКТУРНОМ РЕЖИМЕ ТЕЧЕНИЯ ГЛИНИСТОГО ДРАСТВОРА В ПРОСТРАНСТВЕ МЕЖДУ КЕРНОМ И ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ЦЕНТРАЛЬНОЙ КОЛОННЫ

Течение жидкости в кольцевом пространстве характеризуется тремя областями. Центральная часть кольцевого пространства занята ядром потока, т.е. областью, движущейся как твердое тело, значит, в пределах ядра градиент скорости равен нулю. Размеры ядра определяются внутренним ρ_1 и внешним ρ_2 радиусом ядра ($\rho_2 > \rho_1$). В любой точке, расположенной в пространстве между внутренним радиусом ядра и поверхностью керна, жидкость движется при положительном градиенте скорости. В пространстве между внешним радиусом ядра и внутренней полостью центральной колонны труб движение жидкости происходит при отрицательном градиенте скорости.

Плоскостями I—I и II—II, перпендикулярными оси трубы, выделим отсек, включающий в себя керн и жидкость вокруг керна. В пределах выделенного отсека в области положительного градиента скорости проведем цилиндрическую поверхность радиусом r и остановимся на действующих силах. На нижний и верхний торцы цилиндра действуют силы давления $\pi r^2 p_2$ и $-\pi r^2 p_1$.

На вертикальную ось будут проецироваться также сила веса жидкости $\pi(r^2 - r_0^2)\gamma l$ и сила веса керна $\pi r_0^2 \gamma_{\text{п}} l$.

По боковой поверхности цилиндра радиусом r действует сила трения. Скорость внешнего по отношению к цилиндру радиусом r слоя жидкости больше скорости внутреннего слоя. Следовательно, сила трения имеет положительное направление и составляет

$$T = 2\pi r l \tau.$$

Градиент скорости в данном случае тоже является положительным, и тогда согласно закону Шведова — Бингама

$$\tau = \eta \frac{du_1}{dr} + \tau_0$$

имеем

$$T = 2\pi r l\left(\eta \frac{du_1}{dr} + \tau_0\right),$$

где u_1 — скорость любой точки жидкости в области положительного градиентного слоя.

Значит, согласно принципу Д'Аламбера можно составить уравнение динамического равновесия

$$\pi r^2 p_2 - \pi r^2 p_1 - \pi\left(r^2 - r_0^2\right)\gamma l - \pi r_0^2 \gamma_{\text{п}} l + 2\pi r l\left(\eta \frac{du_1}{dr} + \tau_0\right) = 0$$

или

$$du_1 = -\frac{p_2 - p_1 - \gamma l}{2\eta l} r dr + \frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{2\eta} \frac{dr}{r} - \frac{\tau_0}{\eta} dr.$$

После интегрирования получим

$$u_1 = -\frac{p_2 - p_1 - \gamma l}{4\eta l} r^2 + \frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{2\eta} \ln r - \frac{\tau_0}{\eta} r + c_1. \tag{8.131}$$

При $r = r_0$ $u_1 = u_0$. Тогда

$$c_1 = \frac{p_2 - p_1 - \gamma l}{4\eta l} r_0^2 - \frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{2\eta} \ln r_0 + \frac{\tau_0}{\eta} r_0 + u_{\text{т}}. \tag{8.132}$$

Значит, по (8.131) и (8.132)

$$u_1 = -\frac{p_2 - p_1 - \gamma l}{4\eta l}\left(r^2 - r_0^2\right) + \frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{2\eta}\ln\frac{r}{r_0} - \frac{\tau_0}{\eta}(r - r_0) + u_{\text{т}}. \qquad (8.133)$$

При $r = \rho_1$ $u_1 = u_0$ (u_0 — скорость движения ядра). Тогда

$$u_0 = -\frac{p_2 - p_1 - \gamma l}{4\eta l}\left(\rho_1^2 - r_0^2\right) + \frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{2\eta}\ln\frac{\rho_1}{r_0} - \frac{\tau_0}{\eta}(\rho_1 - r_0) + u_{\text{т}}. \qquad (8.134)$$

Составим аналогичное уравнение динамического равновесия, проведя цилиндрическую поверхность по внешнему градиентному слою:

$$-2\pi rl\left(-\eta\frac{du_2}{dr} + \tau_0\right) - \pi\left(r^2 - r_0^2\right)l\gamma - \pi r_0^2 l\gamma_{\text{п}} + \pi r^2(p_2 - p_1) = 0.$$

Отсюда

$$du_2 = -\frac{(p_2 - p_1 - \gamma l)rdr}{2\eta l} + \frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{2\eta}\frac{dr}{r} + \frac{\tau_0}{\eta}dr.$$

Следовательно,

$$u_2 = -\frac{p_2 - p_1 - \gamma l}{4\eta l}r^2 + \frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{2\eta}\ln r + \frac{\tau_0}{\eta}r + c_2. \qquad (8.135)$$

При $r = r_1$ $u_2 = 0$. Тогда

$$c_2 = \frac{p_2 - p_1 - \gamma l}{4\eta l}r_1^2 - \frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{2\eta}\ln r_1 - \frac{\tau_0}{\eta}r_1. \qquad (8.136)$$

Согласно (8.135) и (8.136) скорость в любой точке внешнего (отрицательного) градиентного слоя можно определить так:

$$u_2 = \frac{p_2 - p_1 - \gamma l}{4\eta l}\left(r_1^2 - r^2\right) - \frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{2\eta}\ln\frac{r_1}{r} - \frac{\tau_0}{\eta}(r_1 - r). \qquad (8.137)$$

На границе с ядром потока скорость u_2 становится равной скорости ядра, т.е. при $r = \rho_2$ $u_2 = u_0$. Тогда

$$u_0 = \frac{p_2 - p_1 - \gamma l}{4\eta l}\left(r_1^2 - \rho_2^2\right) - \frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{2\eta}\ln\frac{r_1}{\rho_2} - \frac{\tau_0}{\eta}(r_1 - \rho_2). \qquad (8.138)$$

Так как ядро движется как твердое тело, то значения u_0, определяемые по (8.134) и (8.138), равны между собой и

$$u_{\text{т}} = \frac{p_2 - p_1 - \gamma l}{4\eta l}\left(r_1^2 - \rho_2^2 + \rho_1^2 - r_0^2\right) - \frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{2\eta}\ln\frac{r_1\rho_1}{r_0\rho_2} -$$

$$-\frac{\tau_0}{\eta}(r_1-\rho_2-\rho_1+r_0). \tag{8.139}$$

Следовательно, по выражениям (8.133) и (8.139) получим

$$u_1=\frac{p_2-p_1-\gamma l}{4\eta l}\left(r_1^2-\rho_2^2+\rho_1^2-r^2\right)+\frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}}-\gamma)}{2\eta}\ln\frac{r\rho_2}{r_1\rho_1}-$$

$$-\frac{\tau_0}{\eta}(r_1-\rho_2-\rho_1+r). \tag{8.140}$$

Значит, по формулам (8.137) — (8.140) можно определить скорость в любой точке внешнего градиентного слоя, ядре потока, скорость керна (внутреннего цилиндра) и внутреннего градиентного слоя.

Однако во все перечисленные зависимости входят размеры ядра глинистого раствора, а также значения $p_2 - p_1$, которые пока являются неизвестными, и динамическое напряжение сдвига τ_0. Ясно, что радиусы ядра глинистого раствора обусловлены определенным τ_0, который в свою очередь влияет на значение $p_2 - p_1$. Поэтому целесообразно эти величины, т.е. $p_2 - p_1$ и τ_0, выразить в зависимости от размеров ядра глинистого раствора.

С этой целью составим уравнение равновесия соответственно по внутреннему и наружному радиусам ядра глинистого раствора. Очевидно, что градиент скорости в обоих случаях равен нулю, касательное напряжение в первом случае будет положительным, а во втором — отрицательным. Так как знаки остальных сил определить нетрудно, то, не останавливаясь на них, указанные уравнения можно записать в следующем виде:

$$2\pi\rho_1 l\tau_0+\pi\rho_1^2(p_2-p_1)-\pi(\rho_1^2-r_0^2)\gamma l-\pi r_0^2\gamma_{\text{п}} l=0; \tag{8.141}$$

$$-2\pi\rho_2 l\tau_0+\pi\rho_2^2(p_2-p_1)-\pi(\rho_2^2-r_0^2)\gamma l-\pi r_0^2\gamma_{\text{п}} l=0. \tag{8.142}$$

Решив совместно уравнения (8.141) и (8.142), получим

$$\frac{p_2-p_1-\gamma l}{l}=\frac{r_0^2}{\rho_1\rho_2}(\gamma_{\text{п}}-\gamma); \tag{8.143}$$

$$\tau_0=\frac{(\gamma_{\text{п}}-\gamma)r_0^2}{2\rho_1\rho_2}(\rho_2-\rho_1). \tag{8.144}$$

По выражениям (8.143) и (8.144), а также формулам (8.137), (8.138), (8.140) можно записать:

$$u_1=\frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}}-\gamma)}{4\eta\rho_1\rho_2}\Big[r_1^2+\rho_2^2-\rho_1^2-2r_1(\rho_2-\rho_1)-2r(\rho_2-\rho_1)+$$

$$+2\rho_1\rho_2\ln\frac{r\rho_2}{r_1\rho_1}-r^2\Big]; \qquad (8.145)$$

$$u_2=\frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}}-\gamma)}{4\eta\rho_1\rho_2}\left[r_1^2-2r_1(\rho_2-\rho_1)+2r(\rho_2-\rho_1)-2\rho_1\rho_2\ln\frac{r_1}{r}-r^2\right]; \qquad (8.146)$$

$$u_0=\frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}}-\gamma)}{4\eta\rho_1\rho_2}\left[r_1^2+\rho_2^2-2\rho_1\rho_2\ln\frac{r_1}{\rho_2}-2r_1(\rho_2-\rho_1)-2\rho_1\rho_2\right]. \qquad (8.147)$$

Так как скорость в любой точке кольцевого пространства определяется не единой формулой, как в случае движения вязкой жидкости, а тремя выражениями, то и расход определяется как

$$q = q_1 + q_0 + q_2, \qquad (8.148)$$

где q_1 и q_2 — расход жидкости в области положительного и отрицательного градиентов скоростей соответственно; q_0 — расход в области ядра потока.

Очевидно, что

$$q_1=2\pi\int_{r_0}^{\rho_1} ru_1dr; \qquad (8.149)$$

$$q_0=\pi(\rho_2^2-\rho_1^2)u_0; \qquad (8.150)$$

$$q_2=2\pi\int_{\rho_2}^{r_1} ru_2dr. \qquad (8.151)$$

По формулам (8.145) и (8.149) получим

$$q_1=\frac{\pi r_0^2(\gamma_{\text{п}}-\gamma)}{2\eta\rho_1\rho_2}\Big[\frac{r_1^2\rho_1^2}{2}-\frac{r_0^2r_1^2}{2}+\frac{\rho_1^2\rho_2^2}{2}-\frac{r_0^2\rho_2^2}{2}-\frac{\rho_1^4}{12}+\frac{r_0^2\rho_1^2}{2}-r_1\rho_2\rho_1^2+r_1\rho_2r_0^2+$$

$$+r_1\rho_1^3-r_1\rho_1r_0^2-\frac{7\rho_1^3\rho_2}{6}+\frac{2}{3}r_0^3\rho_2-\frac{2}{3}r_0^3\rho_1+\frac{r_0^4}{4}+\frac{\rho_1\rho_2r_0^2}{2}+$$

$$+\rho_1\rho_2\left(\rho_1^2\ln\frac{\rho_2}{r_1}-r_0^2\ln\frac{r_0\rho_2}{r_1\rho_1}\right)\Big]. \qquad (8.152)$$

Согласно (8.151) и (8.146)

$$q_2=\frac{\pi r_0^2(\gamma_{\text{п}}-\gamma)}{2\eta\rho_1\rho_2}\Big(\frac{r_1^4}{4}-\frac{r_1^2\rho_2^2}{2}-\frac{r_1^3\rho_2}{3}+r_1\rho_2^3+\frac{1}{3}r_1^3\rho_1-r_1\rho_1\rho_2^2-\frac{5}{12}\rho_2^4+$$

$$+\frac{7}{6}\rho_1\rho_2^3-\frac{r_1^2\rho_1\rho_2}{2}+\rho_1\rho_2^3\ln\frac{r_1}{\rho_2}\Bigg). \qquad (8.153)$$

В соответствии с выражениями (8.147) и (8.150) расход жидкости в области ядра составляет

$$q_0=\frac{\pi r_0^2(\gamma_{\text{п}}-\gamma)}{2\eta\rho_1\rho_2}\Bigg(\frac{r_1^2\rho_2^2}{2}-\frac{r_1^2\rho_1^2}{2}+\frac{\rho_2^4}{2}-\frac{\rho_1^2\rho_2^2}{2}-\rho_1\rho_2^3\ln\frac{r_1}{\rho_2}+\rho_1^3\rho_2\ln\frac{r_1}{\rho_2}-$$

$$-r_1\rho_2^3+\rho_1\rho_2^2r_1+r_1\rho_1^2\rho_2-\rho_1^3r_1-\rho_1\rho_2^3+\rho_1^3\rho_2\Bigg). \qquad (8.154)$$

Следовательно, по соотношениям (8.148), (8.152) — (8.154) расход жидкости через пространство между керном и внутренней полостью центральной колонной найдем так:

$$q=\frac{\pi r_0^2(\gamma_{\text{п}}-\gamma)}{2\eta\rho_1\rho_2}\Bigg[-\frac{r_0^2}{2}(\rho_2^2-\rho_1^2)+\frac{\rho_2^4-\rho_1^4}{12}+r_1r_0^2(\rho_2-\rho_1)+\frac{2}{3}r_0^3(\rho_2-\rho_1)-$$

$$-\frac{\rho_1\rho_2}{2}(r_1^2-r_0^2)-\frac{r_1^3}{3}(\rho_2-\rho_1)+\frac{(r_1^2-r_0^2)^2}{4}+\frac{\rho_1\rho_2}{6}(\rho_2^2-\rho_1^2)-$$

$$-\rho_1\rho_2r_0^2\ln\frac{r_0\rho_2}{r_1\rho_1}\Bigg]. \qquad (8.155)$$

Скорость движения керна $u_{\text{т}}$ согласно (8.139), (8.143) и (8.144) определяется по формуле

$$u_{\text{т}}=\frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}}-\gamma)}{4\eta\rho_1\rho_2}\Bigg(r_1^2+\rho_2^2-\rho_1^2-r_0^2-2\rho_1\rho_2\ln\frac{r_1\rho_1}{r_0\rho_2}-2r_1\rho_2+2r_1\rho_1-$$

$$-2r_0\rho_2+2r_0\rho_1\Bigg). \qquad (8.156)$$

Уравнение материального баланса записывается согласно (8.70). Значит, по выражениям (8.155) и (8.70) можем составить следующее соотношение:

$$u_{\text{т}}=\frac{Q}{\pi r_0^2}-\frac{\gamma_{\text{п}}-\gamma}{2\eta\rho_1\rho_2}\Bigg[-\frac{r_0^2}{2}(\rho_2^2-\rho_1^2)+\frac{\rho_2^4-\rho_1^4}{12}+r_1r_0^2(\rho_2-\rho_1)+\frac{2}{3}r_0^3(\rho_2-\rho_1)-$$

$$-\frac{\rho_1\rho_2(r_1^2-r_0^2)}{2}-\frac{r_1^3}{3}(\rho_2-\rho_1)+\frac{(r_1^2-r_0^2)^2}{4}+\frac{\rho_1\rho_2}{6}(\rho_2^2-\rho_1^2)-$$

$$-\rho_1\rho_2r_0^2\ln\frac{r_0\rho_2}{r_1\rho_1}. \qquad (8.157)$$

Из равенства $u_{\text{т}}$ по формулам (8.156) и (8.157) найдем

$$Q=\frac{\pi r_0^2(\gamma_{\text{п}}-\gamma)}{2\eta\rho_1\rho_2}\Bigg[\frac{r_1^4-r_0^4}{4}-\frac{r_0^3}{3}(\rho_2-\rho_1)+\frac{\rho_2^4-\rho_1^4}{12}-\frac{\rho_1\rho_2}{2}(r_1^2-r_0^2)-$$

$$-\frac{r_1^3}{3}(\rho_2-\rho_1)+\frac{\rho_1\rho_2}{6}(\rho_2^2-\rho_1^2)\Bigg]. \tag{8.158}$$

В соответствии с (8.156) расход породы во внутренней полости центральной колонны

$$q_т=\frac{\pi r_0^4(\gamma_п-\gamma)}{4\eta\rho_1\rho_2}\left[(r_1-\rho_2)^2-(\rho_1-r_0)^2-2\rho_1\rho_2\ln\frac{r_1\rho_1}{r_0\rho_2}+2(r_1\rho_1-r_0\rho_2)\right]. \tag{8.159}$$

Из равенства расходов $q_т$, найденных по формулам (8.2) и (8.159), можно записать:

$$v_{мех}=\frac{r_0^4(\gamma_п-\gamma)}{4\eta\rho_1\rho_2(1-m)R^2}\Bigg[(r_1-\rho_2)^2-(\rho_1-r_0)^2-2\rho_1\rho_2\ln\frac{r_1\rho_1}{r_0\rho_2}+$$

$$+2(r_1\rho_1-r_0\rho_2)\Bigg]. \tag{8.160}$$

Формулы (8.157), (8.158) и (8.160) представим в безразмерном виде:

$$\bar u_т=\frac{\bar{\bar Q}}{r_a^2}-\frac{1}{\rho_a\rho_b}\Bigg[\frac{\rho_b^4-\rho_a^4}{12}+(\rho_b-\rho_a)\left(r_a^2+\frac{2}{3}r_a^3-\frac{1}{3}\right)-\frac{\rho_a\rho_b}{2}(1-r_a^2)+$$

$$+\frac{1}{4}(1-r_a^2)^2+\frac{\rho_b^2-\rho_a^2}{2}\left(\frac{\rho_a\rho_b}{3}-r_a^2\right)-\rho_a\rho_b r_a^2\ln\frac{r_a\rho_b}{\rho_a}\Bigg]; \tag{8.161}$$

$$\bar{\bar Q}=\frac{r_a^2}{\rho_a\rho_b}\Bigg[\frac{1-r_a^4}{4}-\frac{r_a^3}{3}(\rho_b-\rho_a)+\frac{\rho_b^4-\rho_a^4}{12}-\frac{\rho_a\rho_b}{2}(1-r_a^2)-\frac{1}{3}(\rho_b-\rho_a)+$$

$$+\frac{1}{6}\rho_a\rho_b(\rho_b^2-\rho_a^2)\Bigg]; \tag{8.162}$$

$$\bar v_{мех}=\frac{r_a^4}{\rho_a\rho_b}\left[(1-\rho_b)^2-(\rho_a-r_a)^2-2\rho_a\rho_b\ln\frac{\rho_a}{r_a\rho_b}+2(\rho_a-r_a\rho_b)\right], \tag{8.163}$$

где $\bar u_т=\dfrac{2\eta u_т}{r_1^2(\gamma_п-\gamma)}$; $\bar{\bar Q}=\dfrac{2\eta Q}{\pi(\gamma_п-\gamma)r_1^4}$, $\bar v_{мех}=\dfrac{4\eta v_{мех}R^2(1-m)}{r_1^4(\gamma_п-\gamma)}$.

Согласно (8.144)

$$\tau_0^*=\frac{r_a^2(\rho_b-\rho_a)}{2\rho_a\rho_b}, \tag{8.164}$$

где $\tau_0^*=\dfrac{\tau_0}{(\gamma_п-\gamma)r_1}$.

Система уравнений (8.161) — (8.164) решается так: при заданных значениях $\bar v_{мех}$ и $r_а$ по (8.163) находим $\rho_a=f(\rho_b)$, что позволяет по выражению (8.164) вычислить соответствующие τ_0^*. Подставив найденные ρ_a и ρ_b, а следовательно, и τ_0^* в (8.162), найдем $\bar{\bar{Q}} = f(\tau_0^*)$, что дает возможность по (8.161) установить $\bar{u}_т = \Phi(\bar{\bar{Q}}, \tau_0^*)$ при заданных ранее $\bar{v}_{мех}$ и $r_а$. Аналогичные расчеты проводятся и при других $\bar{v}_{мех}$.

Очевидно, что при $Q = Q_{кр}$ происходит "зависание" керна. Для определения $Q_{кр}$ положим в (8.161) $\bar{u}_т = 0$. Тогда

$$Q_{кр} = \frac{r_a^2}{\rho_a\rho_b}\left[-\frac{r_a^2}{2}(\rho_b^2-\rho_a^2)+\frac{\rho_b^4-\rho_a^4}{12}+r_a^2(\rho_b-\rho_a)+\frac{2}{3}r_a^3(\rho_b-\rho_a)-\frac{\rho_a\rho_b}{2}\times\right.$$

$$\left.\times(1-r_а^2)-\frac{1}{3}(\rho_b-\rho_a)+\frac{1}{4}(1-r_a^2)^2+\frac{\rho_a\rho_b}{6}(\rho_b^2-\rho_a^2)-\rho_a\rho_b r_a^2\ln\frac{r_a\rho_b}{\rho_a}\right]. \qquad (8.165)$$

Согласно (8.165) и (8.162) получим:

$$-\frac{r_a^2}{2}(\rho_b^2-\rho_a^2)+r_a^2(1+r_a)-\frac{r_a^2}{2}(1-r_a^2)-\rho_a\rho_b r_a^2\ln\frac{r_a\rho_b}{\rho_a}=0. \qquad (8.166)$$

Таким образом, зависимость $\bar{\bar{Q}}_{кр} = f(\tau_0^*)$ по системе уравнений (8.164) — (8.166) определяется так. При заданном $r_а$ по уравнению (8.166) находим $\rho_a = f(\rho_b)$, что позволяет по (8.164) рассчитать $\rho_a = \varphi(\tau_0^*)$. Подставив найденные зависимости в (8.165), устанавливаем $\bar{\bar{Q}}_{кр} = f_1(\tau_0^*)$. Кроме того, проведенные расчеты позволяют по формуле (8.163) определить $\tau_0^* = f(\bar{v}_{мех})$, т.е. найти динамическое напряжение сдвига, которое при заданном $\bar{v}_{мех}$ обеспечит "зависание" керна, обусловленное расходом $\bar{\bar{Q}}_{кр}$, найденным по зависимости $\bar{\bar{Q}}_{кр} = f_1(\tau_0^*)$.

При $r_а = 0{,}85$ в указанной последовательности были найдены значения ρ_a, ρ_b и τ_0^*, а также $\bar{\bar{Q}}_{кр}$ (табл. 8.25).

Из табл. 8.25 видно, что с уменьшением динамического напряжения сдвига τ_0 значение критического расхода увеличивается.

В табл. 8.26 приведены результаты расчетов по определению ρ_a, ρ_b, $\bar{\bar{Q}}$ и $u_т$, выполненных при $r_а = 0{,}85$, $R = 0{,}085$ м, $r_1 = 0{,}0174$ м, $v_{мех} = 400$ м/ч $= 0{,}1111$ м/с, $\eta = 0{,}010$ Па·с, $\gamma_п = 2{,}6\cdot10^4$ Н/м^3, $\gamma = 1{,}2\cdot10^4$ Н/м^3 и $m = 0{,}2$ по системе уравнений (8.161) — (8.163).

Аналогично можно найти значения $\bar{\bar{Q}}$ и $\bar{u}_т$ и при других исходных данных, в том числе $\bar{v}_{мех}$.

Таблица 8.25

ρ_a	ρ_b	τ_0^*	$\overline{\overline{Q}}_{кр}$
0,87	0,0785	0,04604	0,0000923
0,89	0,9579	0,02877	0,0003236
0,90	0,9477	0,02020	0,0004761
0,91	0,9377	0,01172	0,0006407
0,92	0,9272	0,00334	0,0008108

Таблица 8.26

ρ_a	ρ_b	τ_0^*	$\overline{\overline{Q}}$	$\overline{u}_т$
0,855	0,8766	0,01041	0,012754	0,013866
0,860	0,8762	0,00777	0,012762	0,013878
0,865	0,8755	0,00501	0,012771	0,013900
0,870	0,8742	0,00199	0,012890	0,013966

Однако расчеты по предлагаемой системе связаны с большим объемом вычислительных операций. Поэтому возникла необходимость вывода более простой, но приближенной формулы, позволяющей оперативно выполнять необходимые расчеты.

Идея вывода заключается в том, что при ламинарном режиме вязкой жидкости в пространстве между керном и внутренней полостью существует поверхность радиусом ρ_0, на которой скорость достигает максимума.

Считаем, что ядро глинистого раствора располагается на расстоянии $\Delta\rho$ симметрично указанной поверхности радиусом ρ_0.

8.3.4. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ КЕРНА И РАСХОДА ЖИДКОСТИ ПРИ СТРУКТУРНОМ РЕЖИМЕ ТЕЧЧЕНИЯ ГЛИНИСТОГО РАСТВОРА В КОЛЬЦЕВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Скорость в любой точке между керном и колонной (кольцевое пространство) при течении вязкой жидкости согласно формулам (8.67) и (8.76) можно найти так:

$$u=\frac{\gamma_т r_0^2}{2\mu}\frac{\ln\frac{r_1}{r_0}}{r_1^2-r_0^2}\left(r_1^2-\frac{r_1^2-r_0^2}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\ln\frac{r_1}{r}-r^2\right)+u_т\frac{r_1^2-r^2}{r_1^2-r_0^2}. \tag{8.167}$$

По выражениям (8.77) и (8.167), заменив $\mu = \eta$, получим

$$u=\frac{\gamma_т r_0^2}{2\eta}\frac{r_1^2-r^2+(r_1^2+r_0^2)\ln\frac{r}{r_1}}{r_1^2+r_0^2}+\frac{2Q(r_1^2-r^2)}{\pi(r_1^4-r_0^4)}. \tag{8.168}$$

Так как скорость жидкости на поверхности, характеризующейся радиусом $r = \rho_0$, достигает максимума, то

$$\left.\frac{du}{dr}\right|_{r=\rho_0} = 0. \qquad (8.169)$$

По формуле (8.168) и условию (8.169) получим

$$\rho_0^* = r_a \sqrt{\frac{1 - r_a^4}{2\left[r_a^2(1 - r_a^2) + \dfrac{4\eta Q}{\pi\gamma_{\text{т}} r_1^4}\right]}}. \qquad (8.170)$$

Из уравнения динамического равновесия ядра

$$\pi(\rho_2^2 - \rho_1^2)(\Delta p - \gamma l) = 2\pi(\rho_2 + \rho_1) l\tau_0. \qquad (8.171)$$

Считаем, что

$$\rho_2 = \rho_0 + \Delta\rho; \qquad (8.172)$$

$$\rho_1 = \rho_0 - \Delta\rho. \qquad (8.173)$$

Тогда по (8.171)—(8.173) получим

$$\Delta p - \gamma l = \frac{l\tau_0}{\Delta\rho}. \qquad (8.174)$$

Согласно формуле (8.143)

$$\Delta p - \gamma l = \frac{l r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{\rho_0^2 - \Delta\rho^2}. \qquad (8.175)$$

Из равенства правых частей выражений (8.174) и (8.175) получим

$$\frac{\tau_0}{\Delta\rho} = \frac{r_0^2(\gamma_{\text{п}} - \gamma)}{\rho_0^2 - \Delta\rho^2}.$$

Отсюда

$$\Delta\rho^* = \frac{-r_{\text{а}}^2 + \sqrt{r_{\text{а}}^4 + 4\tau_0^{*2}\rho_0^{*2}}}{2\tau_0^*}, \qquad (8.176)$$

где $\Delta\rho^* = \dfrac{\Delta\rho}{r_1}$; $\Delta\rho_0^* = \dfrac{\rho_0}{r_1}$.

Пользуясь выражениями (8.172) и (8.173), формулу (8.161) можно переписать в следующем виде:

$$\overline{u}_{\text{т}} = \frac{\overline{\overline{Q}}}{r_{\text{а}}^2} - \frac{1}{\rho_0^{*2} - \Delta\rho^{*2}}\left[\frac{2}{3}(\rho_0^{*2} + \Delta\rho^{*2})\rho_0^*\Delta\rho^* + 2\rho^*\left(r_{\text{а}}^2 + \frac{2}{3}r_{\text{а}}^3 - \frac{1}{3}\right) - \right.$$

$$-\frac{\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2}}{2}(1-r_а^2)+\frac{1}{4}(1-r_а^2)^2+2\rho_0^*\Delta\rho^*\left(\frac{\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2}}{3}-r_а^2\right)-$$

$$-(\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2})r_а^2\ln\frac{r_а(\rho_0^*+\Delta\rho^*)}{\rho_0^*-\Delta\rho^*}\Bigg]. \tag{8.177}$$

Согласно (8.177)

$$q_т=\frac{r_0^2}{r_1^2}Q-\frac{\pi r_0^2 r_1^2(\gamma_п-\gamma)}{2\eta(\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2})}\left[\frac{2}{3}(\rho_0^{*2}+\Delta\rho^{*2})\rho_0^*\Delta\rho^*+2\Delta\rho^*\left(r_а^2+\frac{2}{3}r_а^3-\frac{1}{3}\right)-\right.$$

$$-\frac{\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2}}{2}(1-r_а^2)+\frac{1}{4}(1-r_а^2)^2+2\rho_0^*\Delta\rho^*\left(\frac{\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2}}{3}-r_а^2\right)-$$

$$-(\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2})r_а^2\ln\frac{r_а(\rho_0^*+\Delta\rho^*)}{\rho_0^*-\Delta\rho^*}\Bigg]. \tag{8.178}$$

Из равенства значений $q_т$, рассчитанных по формулам (8.2) и (8.178), следует:

$$Q=\frac{\pi R^2 r_1^2}{r_0^2}(1-m)v_{мех}+\frac{\pi r_1^4(\gamma_п-\gamma)}{2\eta(\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2})}\left[\frac{2}{3}(\rho_0^{*2}+\Delta\rho^{*2})\rho_0^*\Delta\rho^*+2\Delta\rho^*\times\right.$$

$$\times\left(r_а^2+\frac{2}{3}r_а^3-\frac{1}{3}\right)-\frac{\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2}}{2}(1-r_а^2)+\frac{1}{4}(1-r_а^2)^2+2\rho_0^*\Delta\rho^*\times$$

$$\times\left(\frac{\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2}}{3}-r_а^2\right)-(\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2})r_а^2\ln\frac{r_а(\rho_0^*+\Delta\rho^*)}{\rho_0^*-\Delta\rho^*}\Bigg]. \tag{8.179}$$

Можно убедиться в том, что при $r_1 \geq 0{,}02247$ м, $r_а \leq 0{,}85$, а также η, Q, представляющих интерес для практики бурения скважины двойной бурильной колонной, имеем

$$r_а^2(1-r_а^2) >> \frac{4\eta Q}{\pi\gamma_т r_1^4}.$$

Тогда по (8.170) получим

$$\rho_0^*=\sqrt{\frac{1+r_а^2}{2}}. \tag{8.180}$$

Перепишем формулу (8.177) в виде

$$u_т=\frac{Q}{\pi r_1^2}-\frac{r_1^2(\gamma_п-\gamma)}{2\eta(\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2})}\left[\frac{2}{3}(\rho_0^{*2}+\Delta\rho^{*2})\rho_0^*\Delta\rho^*+2\rho^*\left(r_а^2+\frac{2}{3}r_а^3-\frac{1}{3}\right)-\right.$$

$$-\frac{\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2}}{2}(1-r_а^2)+\frac{1}{4}(1-r_а^2)^2+2\rho_0^*\Delta\rho^*\left(\frac{\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2}}{3}-r_а^2\right)-$$

$$-(\rho_0^{*2}-\Delta\rho^{*2})r_а^2\ln\frac{r_а(\rho_0^*+\Delta\rho^*)}{\rho_0^*-\Delta\rho^*}\Bigg]. \qquad (8.181)$$

Задача решается в следующей последовательности: при заданных $r_а$, r_1, R, $\gamma_п$, γ, η и τ_0 по формулам (8.176), (8.179) и (8.180) находим зависимость $Q = f(v_{мех})$, что позволяет согласно выражению (8.181) определить $u_т = f(v_{мех})$.

Проведем расчеты при следующих исходных данных: $r_а = 0{,}85$, $r_1 = 0{,}02247$ м, $R = 0{,}085$ м, $\gamma_п = 2{,}6\cdot10^4$ Н/м^3, $\gamma = 1{,}2\cdot10^4$ Н/м^3, $\eta = 0{,}01$ Па·с, $\tau_0 = 3$ Па, $r_0 = r_а r_1 = 0{,}019099$ м.

Согласно (8.180) $\rho_0^* = 0{,}928036$. Имеем также

$$\tau_0^* = \frac{\tau_0}{(\gamma_п-\gamma)r_1} = 0{,}009536.$$

Тогда по формуле (8.176)

$$\Delta\rho^* = \frac{-0{,}7225+\sqrt{0{,}52201+0{,}0003133}}{0{,}019072} = 0{,}011503.$$

Согласно выражению (8.179) можно записать:

$$Q = 0{,}0314176v_{мех} + \frac{\pi\cdot0{,}255\cdot10^{-6}\cdot14\ 000}{0{,}02(0{,}8612508-0{,}0001323)}\left[\frac{2}{3}(0{,}8612508+\right.$$

$$+0{,}0001323)0{,}0106752+0{,}023006\left(0{,}7225+0{,}409417-\frac{1}{3}\right)-$$

$$-\frac{0{,}8612508-0{,}0001323}{2}0{,}2775+0{,}01925156+0{,}0213504\times$$

$$\left.\times\ (0{,}2870394-0{,}7225)-0{,}622158\ln\frac{0{,}7986081}{0{,}916533}\right]$$

или

$$Q = 0{,}0314176v_{мех} + 0{,}00043306. \qquad (8.182)$$

Подставив исходные данные в (8.181), получим

$$u_т = \frac{Q}{0{,}0015862} - 0{,}27236. \qquad (8.183)$$

По формулам (8.182) и (8.183) были найдены значения расхода промывочной жидкости Q и скорости подъема керна $u_т$ в зависимости от механической скорости проходки $v_{мех}$

(табл. 8.27). Расчеты проводились при $r_а$ = 0,85. Аналогично могут быть выполнены расчеты и при других значениях $r_а$.

Данные табл. 8.27 рассчитаны при условии структурного режима течения глинистого раствора в кольцевом пространстве.

Проверим, выполняется ли это условие. Для этого найдем параметр Хедстрема в кольцевом пространстве между керном и поверхностью центральной колонны:

$$\mathrm{He}_{\text{к.п}} = \frac{4\tau_0(r_1 - r_0)^2\gamma}{g\eta^2}. \qquad (8.184)$$

Значит,

$$\mathrm{He}_{\text{к.п}} = \frac{4 \cdot 3\,(0{,}02247 - 0{,}019099)^2 12\ 000}{9{,}81 \cdot 0{,}01^2} = 1668{,}06.$$

Тогда по формуле (8.29) и табл. 8.8 критическое значение параметра Рейнольдса

$\mathrm{Re}_{\text{кр.к.п}} = -6400 + 9314{,}57,$

$\mathrm{Re}_{\text{кр.к.п}} = 2914{,}6.$

Согласно уравнению неразрывности расход жидкости в кольцевом пространстве

$$q = Q - \pi r_0^2 u_{\text{т}}.$$

Отсюда средняя скорость движения жидкости

$$v_{\text{к.п}} = \frac{Q}{\pi(r_1^2 - r_0^2)} - \frac{r_0^2}{r_1^2 - r_0^2}u_{\text{т}}.$$

Следовательно, параметр Рейнольдса в кольцевом пространстве

$$\mathrm{Re}_{\text{к.п}} = \frac{2\gamma}{\eta g}\left[\frac{Q}{\pi(r_1 + r_0)} - \frac{r_0^2 u_{\text{т}}}{r_1 + r_0}\right]. \qquad (8.185)$$

При принятых исходных данных

Таблица 8.27

$v_{\text{мех}}$, м/ч	Q, м^3/с	$u_{\text{т}}$, м/с	$v_{\text{мех}}$, м/ч	Q, м^3/с	$u_{\text{т}}$, м/с
100	0,0013058	0,5503	500	0,0047966	2,7510
200	0,0021785	1,1005	600	0,0056693	3,3012
300	0,0030512	1,6506	700	0,0065425	3,8517
400	0,0039239	1,9279	800	0,0074147	4,4016

Таблица 8.28

$v_{мех}$, м/ч	Q, 10^{-3} м³/с	$u_т$, м/с	$Re_{к.п}$	$v_{мех}$, м/ч	Q, 10^{-3} м³/с	$u_т$, м/с	$Re_{к.п}$
100	0,876	0,550	46,0	500	4,367	2,751	227,5
200	1,749	1,100	91,5	600	5,240	3,301	237,0
300	2,622	1,651	136,8	700	6,112	3,851	320,2
400	3,494	2,201	182,01	800	6,985	4,401	363,7

$$Re_{к.п} = 244648,3\left(\frac{Q}{0,130593} - 0,008775u_т\right). \qquad (8.186)$$

Расчеты по формуле (8.186) показывают, что при $v_{мех} \geq 500$ м/ч имеем $Re_{к.п} > 2914,6$, т.е. течение в кольцевом пространстве происходит при турбулентном режиме.

Повторим расчеты при больших значениях τ_0 и η, а именно: $\tau_0 = 15$ Па·с, $\eta = 0,1$ Па·с. Так как $r_а$ не изменилось, то $\rho_0^* = 0,928036$. В данном случае

$$\tau_0^* = \frac{15}{14\ 000 \cdot 0,02247} = 0,047683.$$

Значит, по (8.176)

$$\Delta\rho^* = \frac{-0,7225 + \sqrt{0,52201 + 0,00783267}}{0,095366} = 0,056655.$$

По (8.179) и (8.181)

$$Q = 0,0314176v_{мех} + 0,3455 \cdot 10^{-5}; \qquad (8.187)$$

$$u_т = \frac{Q}{0,001586193} - 0,002177531. \qquad (8.188)$$

Параметр Хедстрема по (8.184) $He_{к.п} = 83,402$.

Тогда по выражению (8.29) и табл. 8.8

$$Re_{кр.к.п} = -6700 + 9314,58,$$

$$Re_{кр.к.п} = 2614,6.$$

Параметр Рейнольдса согласно (8.185) найдем так:

$$Re_{к.п} = 24464,8\left(\frac{Q}{0,130593} - 0,008775u_т\right). \qquad (8.189)$$

В табл. 8.28 приведены результаты расчетов по (8.187), (8.189) при различных $v_{мех}$.

Из табл. 8.28 видно, что во всех случаях $Re_{к.п} < 2614,6$, т.е. глинистый раствор в кольцевом пространстве движется при структурном режиме.

8.4. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ В КАЧЕСТВЕ РАБОЧЕГО АГЕНТА ВОЗДУХА

Длина керноприемника l намного меньше глубины скважины, поэтому в пределах l можно принять, что удельный вес газа (воздуха) равен некоторой средней величине $\gamma_{ср}$. Известно, что давление газа в любой точке, находящейся в области керноприемника, непрерывно изменяется по глубине. Поэтому при составлении уравнений (8.86), (8.87), (8.89) необходимо, строго говоря, рассматривать дифференциально малый участок dx, в пределах которого имеем дифференциально малое изменение давления $dp = \Delta p$.

Тогда с учетом этих допущений расчеты можно вести с помощью системы (8.35), (8.96) и (8.102).

В этих выражениях расход газа (воздуха) Q, удельный вес γ и кинематическая вязкость ν являются соответствующими величинами при данном давлении.

При изотермическом расширении газа согласно закону Генри

$$\gamma = \gamma_а \frac{p}{p_а}; \tag{8.190}$$

$$Q = Q_а \frac{p_а}{p}; \tag{8.191}$$

$$\nu = \frac{\mu g p_а}{\gamma_а p}; \tag{8.192}$$

$$\gamma_п^* = \frac{\gamma_п p_а}{\gamma_а p}. \tag{8.193}$$

Тогда по (8.95), (8.96) и (8.102), а также (8.190)

$$u_т = \frac{Q_а p_а}{\pi r_1^2 (r_а + a^*)^2 p} - \frac{15,295 r_а}{(r_а + a^*)^2} \left(\frac{r_1^5 g^3 \gamma_а p}{16 \mu p_а}\right)^{\frac{1}{7}} \left(\frac{r_а}{r_а + a^*}\right)^{\frac{8}{7}} \left(\frac{\gamma_п p_а}{\gamma_а p} - 1\right)^{\frac{4}{7}} \times$$

$$\times \left\{ \left[\frac{a^*(2r_а + a^*)}{r_а}\right]^{\frac{4}{7}} a^{*\frac{8}{7}} \left(1 + \frac{8}{15}\frac{a^*}{r_а}\right) + \left[1 - (r_а + a^*)^2\right]^{\frac{4}{7}} \frac{(\delta^* - a^*)^{\frac{8}{7}}}{r_а} \times \right.$$

$$\left. \times \left[1 - \frac{8}{15}(\delta_а - a^*)\right] \right\}; \tag{8.194}$$

$$\frac{Q_а}{8{,}74\pi r_1^2}\left(\frac{16\mu}{\gamma_а r_1^5 g^3}\right)^{\frac{1}{7}}\left(\frac{p_а}{p}\right)^{\frac{8}{7}} - \frac{7r_а^{15/7}}{4(r_а + a^*)^{22/7}}\left(\frac{\gamma_п p_а}{\gamma_а p} - 1\right)^{\frac{4}{7}}\left\{\left(\frac{2r_а + a^*}{r_а}\right)^{\frac{4}{7}} a^{*\frac{12}{7}} \times\right.$$

$$\left.\times\left(1 + \frac{8}{15}\frac{a^*}{r_а}\right) + \left[1 - (r_а + a^*)^2\right]^{\frac{4}{7}}\frac{(\delta^* - a^*)^{\frac{8}{7}}}{r_а}\left[1 - \frac{8}{15}(\delta^* - a^*)\right]\right\} - \frac{1}{(r_а + a^*)^{8/7}} \times$$

$$\times\left(\frac{\gamma_п p_а}{\gamma_а p} - 1\right)^{\frac{4}{7}}\left\{(\delta^* - a^*)^{\frac{1}{7}}\left[1 - (r_а + a^*)^2\right]^{\frac{4}{7}} - \frac{2r_а + a^*}{r_а} a^{*\frac{5}{7}}\right\} = 0; \qquad (8.195)$$

$$Q_а = \frac{p}{p_а}\left[\pi R^2 v_{мех}(1 - m) + 8{,}74\pi r_1^2\left(\frac{r_1^5 g^3 \gamma_а p}{16\mu p_а}\right)^{\frac{1}{7}} r_а^3(3{,}48981 - 6{,}8775 r_а +\right.$$

$$\left. + 3{,}3879 r_а^2)\right] r_а^{-2}(2{,}0391 - 1{,}0209 r_а)^{-1}. \qquad (8.196)$$

В выражениях (8.194) — (8.196) p — давление в данном рассматриваемом сечении центральной колонны труб.

По уравнению равновесия дифференциально малого объема газа, составленного из условия статики, имеем

$$\gamma dx = dp. \qquad (8.197)$$

Согласно (8.130) и (8.197) получим

$$p_{заб} = p_{буф} e^{\frac{\gamma_а H}{p_а}}. \qquad (8.198)$$

По формуле (8.198) при $\gamma_а = 10$ Н/м^3, $p_а = 10^5$ Па

$$p_{заб} = p_{буф} e^{\frac{H}{10^4}}. \qquad (8.199)$$

В табл. 8.29 приведены значения $p_{заб}$ при различных $p_{буф}$ и H, рассчитанные по формуле (8.199).

Из табл. 8.29 видно, что при $H \le 800$ м и $p_{буф} \le 20 \cdot 10^5$ Па с достаточной точностью можно принять $p_{буф} = p_{заб}$.

Таким образом, удельный вес газа во всей колонне труб можно принять постоянным и равным $\gamma_а \frac{p_{буф}}{p_а}$.

Значит, забойное давление по аналогии с основным уравнением гидростатики можно определить по формуле

$$p_{заб} = p_{буф} + \gamma_а \frac{p_{буф}}{p_а} H$$

Таблица 8.29

H, м	$p_{заб}$, 10^5 Па			
	$p_{буф}$ = = $5 \cdot 10^5$ Па	$p_{буф}$ = = $10 \cdot 10^5$ Па	$p_{буф}$ = = $15 \cdot 10^5$ Па	$p_{буф}$ = = $20 \cdot 10^5$ Па
100	5,050	10,100	15,150	20,200
200	5,101	10,202	15,303	20,404
300	5,152	10,304	15,456	20,608
400	5,204	10,408	15,612	20,816
500	5,256	10,512	15,718	21,024
600	5,309	10,618	15,927	21,236
700	5,362	10,724	16,086	21,448
800	5,416	10,832	16,248	21,664

или

$$p_{заб} = p_{буф}\left(1 + \frac{\gamma_а H}{p_а}\right). \qquad (8.200)$$

В табл. 8.30 приведены результаты расчетов по формуле (8.200).

Из сравнения данных, приведенных в табл. 8.29 и 8.30, видно, что расхождение между результатами, полученными по формулам (8.199) и (8.200), практически отсутствует.

В рассматриваемом случае в центральной колонне имеем не только газ, но и керн с концентрацией α_0:

$$\alpha_0 = \frac{q_п}{q_п + Q_а \dfrac{p_а}{p}}. \qquad (8.201)$$

Так как

$$q_п = \pi R^2 v_{мех}(1 - m),$$

то при $p = p_{буф}$

Таблица 8.30

H, м	$p_{заб}$, 10^5 Па			
	$p_{буф}$ = = $5 \cdot 10^5$ Па	$p_{буф}$ = = $10 \cdot 10^5$ Па	$p_{буф}$ = = $15 \cdot 10^5$ Па	$p_{буф}$ = = $20 \cdot 10^5$ Па
100	5,050	10,100	15,150	20,200
200	5,100	10,200	15,300	20,400
300	5,150	10,300	15,450	20,600
400	5,200	10,400	15,600	20,800
500	5,250	10,500	15,750	21,000
600	5,300	10,600	15,900	21,200
700	5,350	10,700	16,050	21,400
800	5,400	10,800	16,200	21,600

$$\alpha_0 = \frac{\pi R^2 v_{\text{мех}}(1-m)}{\pi R^2 v_{\text{мех}}(1-m) + Q_{\text{а}} \dfrac{p_{\text{а}}}{p_{\text{буф}}}}.$$

Пренебрегая весом газа, давление на забое можно найти как

$$p_{\text{заб}} = p_{\text{буф}} + \gamma_{\text{п}}\alpha_0 H \tag{8.202}$$

или по (8.201) и (8.202)

$$p_{\text{заб}} = p_{\text{буф}} + \gamma_{\text{п}} H \frac{\pi R^2 v_{\text{мех}}(1-m)}{\pi R^2 v_{\text{мех}}(1-m) + Q_{\text{а}} \dfrac{p_{\text{а}}}{p_{\text{буф}}}}. \tag{8.203}$$

Учитывая, что при $H \leq 500$ м и $p_{\text{н}} \leq 50 \cdot 10^5$ Па забойное давление практически равно давлению нагнетания, согласно (8.203) имеем

$$p_{\text{н}} = p_{\text{буф}} + \frac{\pi R^2 \gamma_{\text{п}} H v_{\text{мех}}(1-m)}{\pi R^2 v_{\text{мех}}(1-m) + Q_{\text{а}} \dfrac{p_{\text{а}}}{p_{\text{буф}}}}. \tag{8.204}$$

На основании изложенного можно считать, что расчеты по выражениям (8.194) — (8.196) целесообразно проводить при постоянном давлении $p = p_{\text{буф}}$.

Таким образом, система уравнений (8.194) — (8.196) и (8.204) позволяет найти значения $u_{\text{т}}$, $Q_{\text{а}}$, $p_{\text{н}}$, обеспечивающие вынос керна при заданной механической скорости проходки $v_{\text{мех}}$ и других исходных данных.

Проведем расчеты при $H = 300$ м, $\gamma_{\text{а}} = 10$ Н/м^3, $r_1 = 0{,}02247$ м, $r_{\text{а}} = 0{,}95$, $\mu = 100 \cdot 10^{-6}$ Па·с, $\gamma_{\text{п}} = 2{,}6 \cdot 10^4$ Н/м^3, $v_{\text{мех}} = 400$ м/ч, $R = 0{,}085$, $m = 0{,}2$, $p_{\text{буф}} = 5 \cdot 10^5$ Па.

Подставив исходные данные в (8.196), получим

$$Q_{\text{а}} = 50\Big[0{,}0020176 + 0{,}0138633 \cdot 1{,}077837 \cdot 0{,}857375 \times$$

$$\times (3{,}48981 - 6{,}53362 + 3{,}05758)\Big] \frac{1}{0{,}9025 \cdot 1{,}069245} = 0{,}11368 \text{ м/с}.$$

Имея в виду, что $\delta^* = 1 - r_{\text{а}} = 0{,}05$, в соответствии с принятыми исходными данными уравнение (8.195) можно представить в следующем виде:

$$0{,}1521575 - \frac{14{,}827137}{(0{,}95 + a^*)^{\frac{22}{7}}} \left\{ \left(\frac{1{,}9 + a^*}{0{,}95} \right)^{\frac{4}{7}} a^{*\frac{12}{7}} (1 + 0{,}561403 a^*) + \right.$$

Таблица 8.31

$p_{буф}$, 10^5 Па	a^*	$Q_а$, 10^{-3} м³/с	$u_т$, м/с	$p_н$, 10^5 Па
15	0,02475	0,03367	0,0916	51,922
20	0,02450	0,04523	0,2591	56,866
30	0,02428	0,06867	0,4833	62,067
40	0,02390	0,09189	0,5720	76,585
50	0,02360	0,11368	0,7340	86,673

$$+\left[1-(0{,}95+a^*)^2\right]^{\frac{4}{7}}\frac{(0{,}05-a^*)^{\frac{8}{7}}}{0{,}95}\left[1-\frac{8}{15}(0{,}05-a^*)\right]\Bigg\}-\frac{9{,}4570217}{(0{,}95+a^*)^{\frac{8}{7}}}\times$$

$$\times\left\{(0{,}05-a^*)^{\frac{1}{7}}\left[1-(0{,}95+a^*)^2\right]^{\frac{4}{7}}-\left(\frac{1{,}9+a^*}{0{,}95}\right)^{\frac{4}{7}}a^{*\frac{5}{7}}\right\}=0. \qquad (8.205)$$

В результате расчетов по уравнению (8.205) методом последовательных приближений было получено $a^* = 0{,}0236$.

Таким образом, по формуле (8.194) при $p = p_{буф} = 50 \cdot 10^5$ Па получим

$$u_т = 1{,}512157-\frac{14{,}64422}{0{,}947897}0{,}97234\cdot 9{,}45702(0{,}17592\cdot 0{,}0138188\times$$

$$\times 1{,}013249+0{,}18483\cdot 0{,}0165346\cdot 0{,}98592)=0{,}734 \text{ м/с}.$$

Значит, давление нагнетания по (8.204) можно найти так:

$$p_н = 50\cdot 10^5+\frac{15737{,}2848}{0{,}0020176+0{,}0022736}=50\cdot 10^5+36{,}673\cdot 10^5,$$

$p_н = 86{,}673 \cdot 10^5$ Па.

Аналогичные расчеты были проведены при различных $p_{буф}$ (табл. 8.31) и при других значениях $r_а$.

Расчеты показали, что процесс бурения скважины с одновременным пневмотранспортом керна возможен при достаточно малых зазорах между керном и внутренней полостью центральной колонны. Практическая реализация такого результата возможна, очевидно, при использовании труб, покрытых эмалью.

10 ÃÈÄÐÀÂËÈ×ÅCÊÀß ÏÐÎÃÐÀÌÌÀ ÏÐÈ ÁÓÐÅÍÈÈ ÑÊÂÀÆÈÍÛ ÑÎ ÑÚÅÌÍÛÌ ÊÅÐÍÎÏÐÈÅÌÍÈÊÎÌ È ÄÂÎÉÍÎÉ ÁÓÐÈËÜÍÎÉ ÊÎËÎÍÍÎÉ

10.1. ÃÈÄÐÀÂËÈ×ÅCÊÀß ÏÐÎÃÐÀÌÌÀ ÏÐÈ ÁÓÐÅÍÈÈ ÑÊÂÀÆÈÍÛ ÑÎ ÑÚÅÌÍÛÌ ÊÅÐÍÎÏÐÈÅÌÍÈÊÎÌ

Расчеты по формуле (9.248) показали, что при подъеме керноприемника изменение давления на забое может достигать высоких значений.

В результате расчетов по выражению (8.57) было установлено, что при движении промывочной жидкости в пространстве между керноприемником и внутренней полостью бурильных труб могут возникнуть значительные потери давления.

Из практики бурения известно, что интенсивность разрушения горных пород, а значит, и механическая скорость проходки $v_{мех}$ тем выше, чем ниже превышение забойного давления над гидростатическим.

Таким образом, реологические свойства, т.е. величины η и τ_0, а также расход жидкости будем определять из следующих условий:

1) изменение гидродинамического давления на забое имеет строго определенное значение при подъеме керноприемника с заданной скоростью $u_т$;

2) потери давления в пространстве между керноприемником и внутренней полостью бурильных труб составляют Δp (например, $\Delta p = 2 \cdot 10^5$ Па);

3) отношение забойного давления к гидростатическому известно и составляет $p_{заб}/\gamma l$ (например, $p_{заб}/\gamma l = 1{,}05$).

Согласно (9.248) можно записать:

$$\eta = \frac{r_1^2}{4l_к u_т}\left[\left(1+r_a^2\right)\ln\frac{1}{r_a}-\left(1-r_a^2\right)\right]\left[\Delta p-\frac{8}{3}\frac{l_к\tau_0}{r_1(1-r_a)}\right]. \qquad (10.1)$$

В соответствии с (8.57)

$$\Delta p_{к.п} = \frac{2l_к\tau_0}{\varphi(r_a)r_1}\left\{-\left[\psi(r_a)-\frac{8\eta q}{\tau_0 r_1^3}\right]+\sqrt{\left[\psi(r_a)-\frac{8\eta q}{\tau_0 r_1^3}\right]^2-\phi(r_a)}\right\}. \qquad (10.2)$$

Пользуясь выражением (8.57), составим формулу для определения превышения забойного давления над гидростатическим:

$$\frac{p_{заб}}{\gamma l}=1+\frac{2\tau_0}{\gamma\varphi(r_{а\,к})R}\left\{-\left[\psi(r_{а\,к})-\frac{8\eta q}{\tau_0 R^3}\right]+\sqrt{\left[\psi(r_{а\,к})-\frac{8\eta q}{\tau_0 R^3}\right]^2-\phi(r_{а\,к})}\right\}, \qquad (10.3)$$

где $l_к$ и l — длина соответственно керноприемника и колонны бурильных труб; $r_a = r_0/r_1$; $r_{а\,к} = r_н/R$; $r_н$ и R — наружный радиус колонны бурильных труб и радиус скважины соответственно.

Оценим, какими могут быть r_a и $r_{а\,к}$. Известно, что для керноприемника КССК-95 радиус внешней поверхности $r_0 =$ $= 0{,}030$ м. Тогда при внутреннем радиусе колонны бурильных труб $r_1 = 0{,}0335$ м имеем $r_a = 0{,}895522$. Принимаем, что толщина стенки колонны бурильных труб составляет 5 мм. Тогда $r_н = 0{,}0385$ м. При радиусе скважины $R = 0{,}0475$ м $r_{а\,к} =$ $= 0{,}810526$. Для облегчения расчетов по выражениям (10.2) и (10.3) целесообразно рассчитать значения $\varphi(r_a)$, $\psi(r_a)$ и $\phi(r_a)$, которые отличаются от $\psi(r_{а\,к})$, $\varphi(r_{а\,к})$ и $\phi(r_{а\,к})$ только значениями r_a. В табл. 10.1 приведены значения $\varphi(r_a)$, $\psi(r_a)$ и $\phi(r_a)$ в диапазоне $r_a = 0{,}700-0{,}950$.

Таблица 10.1

r_a	$\psi(r_a)$	$\phi(r_a)$	$\varphi(r_a)$	r_a	$\psi(r_a)$	$\phi(r_a)$	$\varphi(r_a)$
0,699	−1,1293	1,2498	0,3890	0,700	−1,1225	1,2348	0,3858
0,701	−1,1156	1,2198	0,3817	0,702	−1,1088	1,2050	0,3781
0,703	−1,1021	1,1903	0,3745	0,704	−1,0953	1,1757	0,3710
0,705	−1,0885	1,1611	0,3674	0,706	−1,0818	1,1469	0,3689
0,707	−1,0751	1,1327	0,3604	0,708	−1,0684	1,1186	0,3569
0,709	−1,0617	1,1046	0,3535	0,710	−1,0550	1,0907	0,3501
0,711	−1,0483	1,0770	0,3457	0,712	−1,0417	1,0634	0,3433
0,713	−1,0351	1,0499	0,3399	0,714	−1,0285	1,0366	0,3365
0,715	−1,0219	1,0233	0,3332	0,716	−1,0153	1,0102	0,3299
0,717	−1,0087	0,9972	0,3266	0,718	−1,0022	0,9843	0,3233
0,719	−0,9957	0,9715	0,3201	0,720	−0,9892	0,9589	0,3169
0,721	−0,9827	0,9463	0,3137	0,722	−0,9762	0,9339	0,3105
0,723	−0,9698	0,9216	0,3073	0,724	−0,9633	0,9094	0,3042

П р о д о л ж е н и е т а б л. 10.1

r_a	$\psi(r_a)$	$\phi(r_a)$	$\varphi(r_a)$	r_a	$\psi(r_a)$	$\phi(r_a)$	$\varphi(r_a)$
0,725	−0,9569	0,8973	0,3011	0,726	−0,9505	0,8854	0,2979
0,727	−0,9441	0,8735	0,2949	0,728	−0,9378	0,8618	0,2918
0,729	−0,9314	0,8501	0,2888	0,730	−0,9251	0,8386	0,2857
0,731	−0,9188	0,8272	0,2827	0,732	−0,9125	0,8159	0,2797
0,733	−0,9062	0,8047	0,2769	0,734	−0,8999	0,7936	0,2738
0,735	−0,8937	0,7826	0,2709	0,736	−0,8875	0,7718	0,2680
0,737	−0,8812	0,7610	0,2651	0,738	−0,8751	0,7503	0,2633
0,739	−0,8689	0,7398	0,2594	0,740	−0,8627	0,7294	0,2566
0,741	−0,8566	0,7190	0,2538	0,742	−0,8505	0,7088	0,2510
0,743	−0,8444	0,6986	0,2482	0,744	−0,8383	0,6886	0,2455
0,745	−0,8322	0,6787	0,2427	0,746	−0,8262	0,6689	0,2400
0,747	−0,8202	0,6591	0,2373	0,748	−0,8141	0,6495	0,2347
0,749	−0,8082	0,6400	0,2320	0,750	−0,8022	0,6306	0,2294
0,751	−0,7962	0,6212	0,2268	0,752	−0,7903	0,6120	0,2242
0,753	−0,7844	0,6029	0,2216	0,754	−0,7785	0,5938	0,2190
0,755	−0,7726	0,5849	0,2165	0,756	−0,7667	0,5761	0,2140
0,757	−0,7609	0,5673	0,2115	0,758	−0,7551	0,5587	0,2090
0,759	−0,7493	0,5501	0,2065	0,760	−0,7435	0,5416	0,2041
0,761	−0,7377	0,5333	0,2016	0,762	−0,7320	0,5250	0,1992
0,763	−0,7262	0,5168	0,1968	0,764	−0,7205	0,5087	0,1945
0,765	−0,7148	0,5007	0,1921	0,766	−0,7092	0,4928	0,1898
0,767	−0,7035	0,4849	0,1875	0,768	−0,6979	0,4772	0,1852
0,769	−0,6923	0,4696	0,1829	0,770	−0,6867	0,4620	0,1806
0,771	−0,6811	0,4545	0,1784	0,772	−0,6755	0,4471	0,1761
0,773	−0,6700	0,4398	0,1739	0,774	−0,6645	0,4326	0,1717
0,775	−0,6590	0,4255	0,1696	0,776	−0,6535	0,4184	0,1674
0,777	−0,6480	0,4115	0,1653	0,778	−0,6426	0,3046	0,1631
0,779	−0,6372	0,3978	0,1610	0,780	−0,6318	0,3911	0,1589
0,781	−0,6264	0,3844	0,1569	0,782	−0,6210	0,3779	0,1548
0,783	−0,6157	0,3714	0,1528	0,784	−0,6104	0,3650	0,1508
0,785	−0,6051	0,3587	0,1488	0,786	−0,5958	0,3525	0,1468
0,787	−0,5945	0,3463	0,1448	0,788	−0,5893	0,3402	0,1430
0,789	−0,5841	0,3342	0,1409	0,790	−0,5789	0,3283	0,1390
0,791	−0,5737	0,3224	0,1371	0,792	−0,5685	0,3167	0,1352
0,793	−0,5634	0,3110	0,1335	0,794	−0,5582	0,3053	0,1315
0,795	−0,5531	0,2998	0,1298	0,796	−0,5481	0,2943	0,1278
0,797	−0,5430	0,2889	0,1260	0,798	−0,5380	0,2836	0,1243
0,799	−0,5329	0,2783	0,1225	0,800	−0,5280	0,2731	0,1207
0,801	−0,5230	0,2680	0,1190	0,802	−0,5180	0,2629	0,1173
0,803	−0,5131	0,2579	0,1156	0,804	−0,5082	0,2530	0,1139
0,805	−0,5033	0,2482	0,1121	0,806	−0,4984	0,2434	0,1105
0,807	−0,4935	0,2387	0,1089	0,808	−0,4887	0,2340	0,1073
0,809	−0,4839	0,2294	0,1057	0,810	−0,4791	0,2249	0,1041
0,811	−0,4731	0,2204	0,1029	0,812	−0,4696	0,2160	0,1009
0,813	−0,4649	0,2127	0,0994	0,814	−0,4602	0,2075	0,0879
0,815	−0,4555	0,2032	0,0963	0,816	−0,4508	0,1991	0,0948
0,817	−0,4462	0,1950	0,0933	0,818	−0,4415	0,1910	0,0919
0,819	−0,4369	0,1870	0,0904	0,820	−0,4324	0,1831	0,0890
0,821	−0,4278	0,1793	0,0875	0,822	−0,4233	0,1755	0,0861
0,823	−0,4188	0,1718	0,0847	0,824	−0,4143	0,1681	0,0834
0,825	−0,4098	0,1015	0,0820	0,826	−0,4053	0,1610	0,0806
0,827	−0,4009	0,1575	0,0793	0,828	−0,3965	0,1540	0,0780
0,820	−0,3921	0,1506	0,0767	0,830	−0,3878	0,1473	0,0754
0,831	−0,3834	0,1440	0,0741	0,832	−0,3791	0,1408	0,0728
0,833	−0,3748	0,1376	0,0716	0,834	−0,3705	0,1345	0,0703
0,835	−0,3663	0,1314	0,0691	0,836	−0,3620	0,1284	0,0679

П р о д о л ж е н и е т а б л. 10.1

r_a	$\psi(r_a)$	$\phi(r_a)$	$\varphi(r_a)$	r_a	$\psi(r_a)$	$\phi(r_a)$	$\varphi(r_a)$
0,837	−0,3578	0,1254	0,0667	0,838	−0,3537	0,1225	0,0655
0,839	−0,3495	0,1197	0,0643	0,840	−0,3454	0,1168	0,0632
0,841	−0,3412	0,1141	0,06203	0,842	−0,3371	0,1113	0,0609
0,843	−0,3331	0,1087	0,0598	0,844	−0,3290	0,1060	0,05867
0,845	−0,3250	0,1035	0,0576	0,846	−0,3210	0,1009	0,0565
0,847	−0,3170	0,0984	0,0554	0,848	−0,3130	0,0960	0,0544
0,849	−0,309	0,0936	0,0533	0,850	−0,3052	0,0912	0,0523
0,851	−0,3013	0,0889	0,0513	0,852	−0,2974	0,0867	0,0503
0,853	−0,2936	0,0844	0,0499	0,854	−0,2897	0,0822	0,0484
0,855	−0,2859	0,0801	0,0474	0,856	−0,2822	0,0780	0,0464
0,857	−0,2784	0,0759	0,0455	0,858	−0,2747	0,0739	0,0446
0,859	−0,2710	0,0719	0,0437	0,860	−0,2673	0,0700	0,0428
0,861	−0,2636	0,0681	0,0419	0,862	−0,2600	0,0662	0,0410
0,863	−0,2564	0,0644	0,0401	0,864	−0,2528	0,0626	0,0393
0,865	−0,2492	0,0608	0,0384	0,866	−0,2456	0,0591	0,0376
0,867	−0,2421	0,0574	0,0368	0,868	−0,2386	0,0558	0,0360
0,869	−0,2351	0,0542	0,0352	0,870	−0,2317	0,0526	0,0344
0,871	−0,2283	0,0510	0,0337	0,872	−0,2248	0,0495	0,0329
0,873	−0,2215	0,0480	0,0321	0,874	−0,2181	0,0466	0,0314
0,875	−0,2148	0,0452	0,0307	0,876	−0,2115	0,0438	0,0300
0,877	−0,2082	0,0425	0,0293	0,878	−0,2049	0,0411	0,0286
0,879	−0,2017	0,0398	0,0279	0,880	−0,1985	0,0386	0,0272
0,881	−0,1953	0,0374	0,0266	0,882	−0,1921	0,0361	0,0259
0,883	−0,1890	0,0350	0,0253	0,884	−0,1858	0,0338	0,0246
0,885	−0,1827	0,0327	0,0240	0,886	−0,1797	0,0316	0,0234
0,887	−0,1766	0,0306	0,0228	0,888	−0,1736	0,0295	0,0222
0,889	−0,1706	0,0285	0,0216	0,890	−0,1677	0,0275	0,0211
0,891	−0,1647	0,0266	0,0205	0,892	−0,1618	0,0256	0,0200
0,893	−0,1589	0,0247	0,0194	0,894	−0,1560	0,0238	0,0189
0,895	−0,1530	0,0229	0,0184	0,896	−0,1503	0,0221	0,0179
0,897	−0,1475	0,0213	0,0174	0,838	−0,1447	0,0205	0,0169
0,899	−0,1421	0,0198	0,0164	0,900	−0,1392	0,0190	0,0159
0,901	−0,1365	0,0183	0,0154	0,902	−0,1337	0,0175	0,0150
0,903	−0,1313	0,0169	0,0146	0,904	−0,1286	0,0162	0,0141
0,905	−0,1260	0,0155	0,0105	0,906	−0,1036	0,0105	0,0102
0,907	−0,1210	0,0143	0,0129	0,908	−0,1184	0,0137	0,0124
0,909	−0,1159	0,0131	0,0120	0,910	−0,1132	0,0126	0,0116
0,911	−0,1109	0,0120	0,0113	0,912	−0,1085	0,0115	0,0109
0,913	−0,1060	0,0110	0,0105	0,914	−0,1036	0,0105	0,0102
0,915	−0,1014	0,0101	0,0098	0,916	−0,0991	0,0096	0,0095
0,917	−0,0966	0,0091	0,0091	0,918	−0,0946	0,0088	0,0089
0,919	−0,0922	0,0083	0,0085	0,920	−0,0899	0,0079	0,0082
0,921	−0,0878	0,0076	0,0079	0,922	−0,0857	0,0072	0,0076
0,923	−0,0836	0,0068	0,0073	0,924	−0,0816	0,0065	0,0071
0,925	−0,0792	0,0061	0,0068	0,926	−0,0713	0,0059	0,0065
0,927	−0,0750	0,0055	0,0062	0,928	−0,0732	0,0053	0,0060
0,929	−0,0713	0,0050	0,0058	0,930	−0,0694	0,0047	0,0056
0,931	−0,0674	0,0044	0,0053	0,932	−0,0655	0,0042	0,0059
0,933	−0,0636	0,0040	0,0049	0,934	−0,0618	0,0037	0,0047
0,935	−0,0600	0,0035	0,0045	0,936	−0,0582	0,0033	0,0043
0,937	−0,0563	0,0031	0,0041	0,938	−0,0556	0,0030	0,0040
0,939	−0,0529	0,0027	0,0037	0,940	−0,0511	0,0025	0,0035
0,941	−0,0495	0,0024	0,0033	0,942	−0,0478	0,0022	0,0032
0,943	−0,0458	0,0021	0,0030	0,944	−0,0446	0,0019	0,0029
0,945	−0,0432	0,0018	0,0027	0,946	−0,0417	0,0017	0,0026
0,947	−0,0402	0,0016	0,0024	0,948	−0,0387	0,0015	0,0023
0,949	−0,0372	0,0013	0,0032	0,950	−0,0356	0,0012	0,0020

По выражениям (10.2) и (10.3) можно записать:

$$q=\frac{l_к\tau_0^2 r_1^2}{8\varphi(r_а)\eta\Delta p_{к.п}}\left\{\left[\frac{\varphi(r_а)r_1\Delta p_{к.п}}{2l_к\tau_0}\right]^2+\frac{\varphi(r_а)r_1\Delta p_{к.п}}{l_к\tau_0}\psi(r_а)+\phi(r_а)\right\}; \tag{10.4}$$

$$q=\frac{\tau_0^2R^2}{8\varphi(r_{а\,к})\eta\gamma\left(\frac{p_{заб}}{\gamma l}-1\right)}\left\{\left[\left(\frac{p_{заб}}{\gamma l}-1\right)\frac{\gamma\varphi(r_{а\,к})R}{2\tau_0}\right]^2+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{p_{заб}}{\gamma l}-1\right)\frac{\gamma\varphi(r_{а\,к})R}{\tau_0}\psi(r_{а\,к})+\phi(r_{а\,к})\right\}. \tag{10.5}$$

Из равенства значений q, вычисленных по выражениям (10.4) и (10.5), получим

$$A_1\tau_0^2 + B_1\tau_0 + C_1 = 0.$$

Значит,

$$\tau_0 = \frac{-B_1+\sqrt{B_1^2-4A_1C_1}}{2A_1}, \tag{10.6}$$

где

$$A_1=\frac{R^2\phi(r_{а\,к})}{8\varphi(r_{а\,к})\gamma\left(\frac{p_{заб}}{\gamma l}-1\right)}-\frac{l_к r_1^2\phi(r_а)}{8\varphi(r_а)\Delta p_{к.п}};$$

$$B_1=\frac{R^3\psi(r_{а\,к})}{8}-\frac{r_1^3\psi(r_а)}{8};$$

$$ё_1=\frac{R^4\varphi(r_{а\,к})}{32}\left(\frac{p_{заб}}{\gamma l}-1\right)-\frac{r_1^4\varphi(r_а)\Delta p_{к.п}}{32 l_к}.$$

Таким образом, определив τ_0 по формуле (10.6), можно согласно (10.1) найти η, что позволяет по (10.4) и (10.5) вычислить расход жидкости.

Найдем η, τ_0 и q при следующих исходных данных: R = = 0,0475 м; r_1 = 0,0335 м, r_0 = 0,0300 м, $r_н$ = 0,0385 м, $l_к$ = = 13,71 м, l = 2500 м. Значит, в данном случае $r_а$ = 0,895522, $r_{а\,к}$ = 0,810526. Тогда согласно табл. 10.1 $\psi(r_а)$ = −0,1530, $\phi(r_а)$ = 0,0229, $\varphi(r_а)$ = 0,0184, $\phi(r_{а\,к})$ = 0,2249, $\varphi(r_{а\,к})$ = 0,1041, $\psi(r_{а\,к})$ = −0,4791.

Проведем расчеты по формуле при различных значениях $p_{заб}/\gamma l$.

Таким образом,

$$A_1 = \frac{0,0050776 \cdot 10^{-5}}{p_{заб}/\gamma l - 1} - \frac{0,0023936}{\Delta p_{к.п.}};$$

$$B_1 = -0,5698988 \cdot 10^{-5};$$

$$C_1 = 0,0017 \cdot 10^{-5}\left(p_{заб}/\gamma l - 1\right) - 0,5282 \cdot 10^{-5}.$$

В табл. 10.2 приведены значения τ_0, найденные по формуле (10.6) при различных $p_{заб}/\gamma l$ и $\Delta p_{к.п}$.

Из табл. 10.2 видно, что при $1\cdot10^5$ Па ≤ Δp ≤ $4\cdot10^5$ Па наблюдается незначительное изменение τ_0. Поэтому в дальнейшем для простоты будем ориентироваться на средние значения τ_0, т.е. на τ_0 при Δp = = $2,5\cdot10^5$ Па.

Для принятых исходных данных по формуле (10.1) можно записать:

$$\eta = \frac{0,001643628 \cdot 10^{-5}}{u_т}\left(\Delta p - 10445,67549 \cdot \tau_0\right). \quad (10.7)$$

В табл. 10.3 приведены значения η, рассчитанные по формуле (10.7) при различных $u_т$, Δp и $p_{раз}/\gamma l$.

Таблица 10.2

$p_{заб}/\gamma l$	τ_0, Па, при различных значениях $\Delta p_{к.п}$, 10^5 Па						
	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
1,030	4,443	4,157	4,149	4,144	4,140	4,138	4,136
1,035	4,770	4,747	4,736	4,729	4,725	4,722	4,719
1,040	5,366	5,336	5,321	5,313	5,307	5,303	5,300
1,045	5,962	5,924	5,906	5,895	5,887	5,882	5,878
1,050	6,559	6,513	6,490	6,476	6,467	6,460	6,455
1,055	7,158	7,101	7,074	7,057	7,046	7,040	7,032
1,060	7,758	7,691	7,657	7,660	7,625	7,615	7,608
1,065	8,360	8,281	8,242	8,244	8,203	8,192	8,058
1,070	8,965	8,872	8,827	8,830	8,782	8,769	8,760

Таблица 10.3

$p_{раз}/\gamma l$	η, 10^{-3} Па·с, при различных значениях $u_т$, м/с					
	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
Δp = $2\cdot10^5$ Па						
1,030	5,151	4,292	3,219	2,576	2,147	1,840
1,035	4,940	4,125	3,094	2,475	2,062	1,768
1,040	4,750	3,958	2,969	2,375	1,979	1,696
1,045	4,550	3,792	2,844	2,275	1,896	1,625

Продолжение табл. 10.3

$p_{раз}/\gamma l$	η, 10^{-3} Па·с, при различных значениях $u_т$, м/с					
	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
1,050	4,351	3,626	2,719	2,175	1,812	1,554
1,055	4,151	3,459	2,594	2,076	1,730	1,483
1,060	3,944	3,287	2,465	1,972	1,643	1,409
1,065	3,743	3,119	2,339	1,872	1,560	1,337
1,070	3,542	2,952	2,214	1,771	1,476	1,265
$\Delta p = 4 \cdot 10^5$ Па						
1,030	11,726	9,772	7,239	5,863	4,886	4,188
1,035	11,526	9,605	7,204	5,763	4,802	4,116
1,040	11,324	9,437	7,077	5,662	4,718	4,044
1,045	11,124	9,270	6,952	5,562	4,635	3,973
1,050	10,926	9,105	6,829	5,463	4,552	3,902
1,055	10,726	8,938	6,704	5,363	4,469	3,831
1,060	10,518	8,765	6,574	5,259	4,382	3,756
1,065	10,318	8,598	6,449	5,159	4,299	3,685
1,070	10,116	8,430	6,322	5,058	4,215	3,612
$\Delta p = 6 \cdot 10^5$ Па						
1,030	18,300	15,250	11,437	9,150	7,625	6,536
1,035	18,100	15,083	11,312	9,050	7,542	6,464
1,040	17,900	14,917	11,187	8,950	7,458	6,393
1,045	17,700	14,750	11,062	8,850	7,375	6,321
1,050	17,500	14,583	10,937	8,750	7,292	6,250
1,055	17,300	14,417	10,812	8,650	7,208	6,179
1,060	17,094	14,245	10,684	8,547	7,122	6,105
1,065	16,892	14,077	10,557	8,446	7,038	6,033
1,070	16,692	13,910	10,432	8,346	6,955	5,961
$\Delta p = 8 \cdot 10^5$ Па						
1,030	24,874	20,728	15,546	12,437	10,364	8,884
1,035	24,674	20,562	15,421	12,337	10,281	8,812
1,040	24,474	20,395	15,296	12,237	10,197	8,741
1,045	24,274	20,228	15,171	12,137	10,114	8,669
1,050	24,074	20,062	15,016	12,037	10,031	8,598
1,055	23,874	19,895	14,921	11,937	9,947	8,526
1,060	23,668	19,723	14,792	11,834	9,862	8,453
1,065	23,468	19,556	14,667	11,734	9,778	8,381
1,070	23,266	19,388	14,541	11,633	9,694	8,309
$\Delta p = 10 \cdot 10^5$ Па						
1,030	31,450	26,208	19,656	15,725	13,104	11,232
1,035	31,248	26,040	19,530	15,624	13,020	11,160
1,040	31,048	25,873	19,405	15,524	12,937	11,089
1,045	30,848	25,707	19,280	15,424	12,853	11,017
1,050	30,648	25,540	19,155	15,324	12,770	10,946
1,055	30,450	25,375	19,031	15,225	12,687	10,875
1,060	30,242	25,202	18,901	15,121	12,601	10,801
1,065	30,042	25,035	18,776	15,021	12,517	10,729
1,070	29,840	24,867	18,650	14,920	12,433	10,657
$\Delta p = 12 \cdot 10^5$ Па						
1,030	38,024	31,687	23,765	19,012	15,843	13,580
1,035	37,824	31,520	23,640	18,912	15,760	13,509
1,040	37,622	31,352	23,514	18,811	15,676	13,436

П р о д о л ж е н и е т а б л. 10.3

$p_{раз}/\gamma l$	η, 10^{-3} Па·с, при различных значениях $u_т$, м/с					
	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
1,045	37,422	31,185	23,389	18,711	15,592	13,365
1,050	37,224	31,020	23,265	18,612	15,510	13,294
1,055	37,024	30,853	23,140	18,512	15,426	13,223
1,060	36,816	30,680	23,010	18,408	15,340	13,149
1,065	36,616	30,513	22,885	18,308	15,257	13,077
1,070	36,414	30,345	22,759	18,207	15,172	13,005

Расход жидкости рассчитаем, подставив исходные данные в формулу (10.5):

$$q = \frac{0{,}226\cdot 10^{-6}\tau_0^2}{\eta\left(\frac{p_{заб}}{\gamma l}-1\right)}\left\{\left[\frac{29{,}6685}{\tau_0}\left(\frac{p_{заб}}{\gamma l}-1\right)\right]^2 - \frac{28{,}42836}{\tau_0}\left(\frac{p_{заб}}{\gamma l}-1\right) + 0{,}2249\right\}. \qquad (10.8)$$

В табл. 10.4 приведены результаты расчетов по формуле (10.8); значения τ_0 взяты из табл. 10.2 при $\Delta p_{кп} = 2{,}5 \cdot 10^5$ Па, а значения η — из табл. 10.3 при различных Δp.

Т а б л и ц а 10.4

$\frac{p_{заб}}{\gamma l}$	q, 10^{-3} м³/с, при различных значениях $u_т$, м/с					
	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
$\Delta p = 2 \cdot 10^5$ Па						
1,030	1,6381	1,9660	2,6214	3,2757	2,6639	3,1084
1,035	1,8332	2,1954	2,9227	3,6591	3,0625	3,5717
1,040	2,0521	2,4628	3,2832	4,1043	3,6400	4,2323
1,045	2,2867	2,7439	3,6585	4,5735	4,3235	5,0445
1,050	2,5435	3,0520	4,0701	5,0881	5,2155	6,0814
1,055	2,8275	3,3932	4,5247	5,6537	6,3479	7,4051
1,060	3,1459	3,7747	5,0335	6,2919	8,8133	9,1110
1,065	3,4988	4,1986	5,5990	6,9958	9,6600	11,2712
1,070	3,8928	4,5942	6,2779	7,7857	12,0117	14,0152
$\Delta p = 4 \cdot 10^5$ Па						
1,030	0,7196	0,8635	1,1657	1,439	1,7270	2,0149
1,035	0,7857	0,9428	1,2571	1,5714	1,8859	2,2002
1,040	0,8608	1,0329	1,3774	1,7216	2,0661	2,4104
1,045	0,9353	1,1224	1,4966	1,8707	2,2445	2,6188
1,050	1,0129	1,2154	1,6205	2,0257	2,4311	2,8361
1,055	1,0943	1,3132	1,7508	2,1885	2,6263	3,0645
1,060	1,1852	1,4222	1,8963	2,3704	2,8448	3,3034
1,065	1,2692	1,5232	2,0307	2,5385	3,0163	3,5511
1,070	1,3630	1,6356	2,1810	2,7261	3,2713	3,8174

П р о д о л ж е н и е т а б л. 10.4

$\frac{p_{заб}}{\gamma l}$	q, 10^{-3} м^3/с, при различных значениях $u_т$, м/с					
	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
			$\Delta p = 6 \cdot 10^5$ Па			
1,030	0,4611	0,5533	0,7378	0,9222	1,1967	1,2910
1,035	0,5003	0,6004	0,8006	1,0007	1,2008	1,4010
1,040	0,5446	0,6535	0,8713	1,0891	1,3070	1,5247
1,045	0,5878	0,7054	0,9406	1,1757	1,4108	1,6460
1,050	0,6324	0,7589	1,0118	1,2650	1,5176	1,7706
1,055	0,6784	0,8139	1,0856	1,3569	1,6283	1,8995
1,060	0,7258	0,8710	1,1613	1,4517	1,7421	2,0324
1,065	0,7753	0,9309	1,2405	1,5496	1,8608	2,1707
1,070	0,8260	0,9912	1,3217	1,6519	1,9825	2,3131
			$\Delta p = 8 \cdot 10^5$ Па			
1,030	0,3392	0,4071	0,5428	0,6785	0,8142	0,9498
1,035	0,3670	0,4404	0,5873	0,7341	0,8801	1,0277
1,040	0,3983	0,4779	0,6373	0,7966	0,9559	1,1152
1,045	0,4286	0,5144	0,6858	0,8573	1,0287	1,2002
1,050	0,4597	0,5516	0,7355	0,9194	1,1032	1,2871
1,055	0,4916	0,5899	0,7866	0,9832	1,1800	1,3776
1,060	0,5242	0,6291	0,8388	1,0485	1,2581	1,4678
1,065	0,5580	0,6697	0,8929	1,1161	1,3393	1,5626
1,070	0,5926	0,7112	0,9482	1,1853	1,4224	1,6595
			$\Delta p = 10 \cdot 10^5$ Па			
1,030	0,2683	0,3220	0,4293	0,5366	0,6439	0,7513
1,035	0,2898	0,3478	0,4637	0,5796	0,6956	0,8115
1,040	0,3140	0,3767	0,5023	0,6279	0,7535	0,8790
1,045	0,3373	0,4047	0,5397	0,6746	0,8305	0,9689
1,050	0,3611	0,4333	0,5777	0,7222	0,8666	1,0110
1,055	0,3855	0,4625	0,6167	0,7709	0,9251	1,0790
1,060	0,4103	0,4923	0,6564	0,8205	0,9846	1,1487
1,065	0,4356	0,5231	0,6975	0,8719	1,0602	1,2206
1,070	0,4621	0,5544	0,7393	0,9242	1,1368	1,2938
			$\Delta p = 12 \cdot 10^5$ Па			
1,030	0,2219	0,2663	0,3551	0,4438	0,5326	0,6214
1,035	0,2394	0,2873	0,3831	0,4789	0,5746	0,6703
1,040	0,2591	0,3109	0,4145	0,5182	0,6218	0,7255
1,045	0,2780	0,3336	0,4448	0,5561	0,6673	0,7785
1,050	0,2973	0,3568	0,4757	0,5946	0,7135	0,8324
1,055	0,3107	0,3804	0,5072	0,6340	0,7691	0,8876
1,060	0,3370	0,4044	0,5392	0,6740	0,8088	0,9436
1,065	0,3577	0,4292	0,5723	0,7153	0,8584	1,001
1,070	0,3786	0,4544	0,6058	0,7573	0,9088	1,060

Покажем, как используются табл. 10.2—10.4. Пусть по технологическим соображениям $p_{заб}/\gamma l = 1{,}05$, потери давления в кольцевом пространстве между керноприемником и колонной труб составляют $4 \cdot 10^5$ Па, скорость подъема керноприемника $u_т = 1$ м/с, а изменение гидродинамического давления на забое $\Delta p = 2 \cdot 10^5$ Па. Тогда согласно табл. 10.2 динамическое напряжение сдвига $\tau_0 = 6{,}45$ Па, структурная вязкость в соответствии с табл. 10.3 $\eta = 2{,}175 \cdot 10^{-3}$ Па·с, а расход жидкости $q = 5{,}088 \cdot 10^{-3}$ м³/с. Если при прочих равных условиях сохраняется изменение гидродинамического давления на забое $\Delta p = 4 \cdot 10^5$ Па, то, как и прежде, $\tau_0 = 6{,}45$ Па, $\eta = 0{,}005463 \cdot 10^{-3}$ Па·с, расход жидкости $q = 2{,}1885 \cdot 10^{-3}$ м³/с.

Так как средняя скорость жидкости в пространстве между внешней поверхностью колонны бурильных труб и стенками скважины

$$v = \frac{q}{\pi\left(R^2 - r_н^2\right)},$$

то для успешного выноса выбуренной породы должно соблюдаться условие, при котором v больше скорости свободного осаждения v_s.

Полагаем, что обтекание частицы диаметром $d_т$ происходит при структурном режиме. При $\gamma_т = 2{,}64 \cdot 10^4$ Н/м³, $\gamma = 1{,}2 \cdot 10^4$ Н/м³, $\tau_0 = 6{,}45$ Па согласно формуле (2.20)

$$d_0 = 0{,}00599 \text{ м}.$$

Тогда при диаметре частицы $d_т = 0{,}010$ м

$$\frac{d_т}{d_0} = 1{,}6671.$$

Так как

$$\frac{d_т}{d_0} \le 3{,}0,$$

обтекание происходит при структурном режиме. Согласно формуле (2.17) скорость свободного осаждения

$$v_s = \frac{0{,}00146854}{\eta}.$$

Значит, при $\eta = 2{,}175 \cdot 10^{-3}$ Па·с и $\eta = 5{,}463 \cdot 10^{-3}$ Па·с имеем $v_{s1} = 0{,}675$ м/с и $v_{s2} = 0{,}2688$ м/с. Расход жидкости при $\eta = 2{,}175 \cdot 10^{-3}$ Па·с составляет $q_1 = 5{,}088 \cdot 10^{-3}$ м³/с, а при $\eta = 5{,}463 \cdot 10^{-3}$ Па·с $q_2 = 2{,}1885 \cdot 10^{-3}$ м³/с. Тогда соответствующие значения средней скорости $v_1 = 2{,}092$ м/с, $v_2 = 0{,}900$ м/с.

Так как $v_1 > v_{s1}$ и $v_2 > v_{s2}$, то в рассматриваемых случаях выбуренные частицы будут выноситься.

10.2. ÃÈÄÐÀÂËÈ×ÅÑÊÀß ÏÐÎÃÐÀÌÌÀ ÏÐÈ ÁÓÐÅÍÈÈ ÑÊÂÀÆÈÍÛ ÄÂÎÉÍÎÉ ÁÓÐÈËÜÍÎÉ ÊÎËÎÍÍÎÉ

10.2.1. ÃÈÄÐÀÂËÈ×ÅÑÊÀß ÏÐÎÃÐÀÌÌÀ Â ÑËÓ×ÀÅ, ÊÎÃÄÀ ÐÀÇÁÓÐÅÍÍÀß ÏÎÐÎÄÀ ÏÎÑÒÓÏÀÅÒ ÂÎ ÂÍÓÒÐÅÍÍÞÞ ÏÎËÎÑÒÜ ÖÅÍÒÐÀËÜÍÎÉ ÊÎËÎÍÍÛ Â ÂÈÄÅ "ØËÀÌÀ"

Так как существует условие (3.23) (минимум потерь давления в зависимости от расхода жидкости), то логично полагать, что и давление нагнетания $p_н$ также имеет минимум относительно расхода жидкости.

Пусть механическая скорость проходки составляет $v_{нет}$ = = 400 м/ч, радиус скважины R = 0,042 м, радиусы внутренней полости центральной и внешней колонны соответственно r_1 = 0,021 м, r_3 = 0,0305 м, наружный радиус центральной колонны r_2 = 0,024 м, пористость разбуриваемой породы m = 0,2, вязкость жидкости и динамическое напряжение сдвига соответственно $\eta_ж$ = 0,015 Па·с, τ_0 = 3 Па, удельный вес породы и промывочной жидкости $\gamma_п = 2{,}6 \cdot 10^4$ Н/м³, $\gamma = 1{,}2 \cdot 10^4$ Н/м³, длина колонны трубы (глубина скважины) l = 200 м.

Тогда расход выбуренной породы

$$q_т = \pi R^2 v_{nex}(1 - m) = \pi \cdot 0{,}042^2 \, \frac{400 \cdot 0{,}8}{3600} = 0{,}000492 \ м^3/с.$$

Значит, согласно (6.5) вязкость смеси при принятых исходных данных определяется как

$$\eta_{см} = 0{,}015\left[1 + \frac{2{,}5q_ж}{0{,}0004926 + q_ж} + 10{,}05\left(\frac{0{,}0004926}{0{,}0004926 + q_ж}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \ 0{,}00273\exp\left(\frac{0{,}0081772}{0{,}0004926 + q_ж}\right)\right]. \tag{10.9}$$

Имеем также r_a = 0,787. Согласно табл. 10.1 $\psi_{(ra)}$ = = –0,5945, $\phi_{(ra)}$ = 0,3463, $\varphi_{(ra)}$ = 0,1448.

Тогда по выражению (8.61)

$$p_н = \frac{1379{,}28}{q_ж + 0{,}0004926} + 271714{,}5186\left[\left(0{,}5945 + 43q_ж\right) + \right.$$

$$+\sqrt{\left(0,5945+43q_ж\right)^2-0,3463}\,\Bigg]+100\Big\{13,09372\times$$

$$\times\,10^6\left(q_ж+0,0004926\right)\eta_{см}+400,9429+$$

$$+\sqrt{\left[13,09372\cdot10^6\left(q_ж+0,0004926\right)\eta_{см}+400,9429\right]^2-}\;\longrightarrow$$

$$\longrightarrow\;\overline{-\,85951,02}\Big\}. \qquad (10.10)$$

В табл. 10.5 приведены значения $p_н$, вычисленные по формулам (10.9) и (10.10) при различных $q_ж$.

Из табл. 10.5 видно, что $p_н$ имеет минимум относительно $q_ж$, т.е. выполняется условие

$$\frac{\partial p_н}{\partial q_ж}=0. \qquad (10.11)$$

Значит, согласно (8.61) и условию (10.11)

$$-\frac{q_т\left(\gamma_т-\gamma_ж\right)}{\left(q_ж+q_т\right)^2}+\frac{16\eta_ж}{\varphi\left(r_a\right)r_3^4}\left\{1-\frac{\psi\left(r_a\right)-\dfrac{8\eta_ж q_ж}{\tau_0 r_3^2}}{\sqrt{\left[\psi\left(r_a\right)-\dfrac{8\eta_ж q_ж}{\tau_0 r_3^2}\right]^2-\phi\left(r_a\right)}}\right\}+\frac{4}{\pi r_1^4}\left[\frac{\partial\eta_{см}}{\partial q_ж}\left(q_ж+q_т\right)+\eta_{см}\right]\times$$

$$\times\left\{1+\frac{\dfrac{8\eta_{см}\left(q_ж+q_т\right)}{\pi r_1^4}+2,8066\dfrac{\tau_0}{\eta_1}}{\sqrt{\left[\dfrac{8\eta_{см}\left(q_ж+q_т\right)}{\pi r_1^4}+2,8066\dfrac{\tau_0}{r_1}\right]^2-4,2116\left(\dfrac{\tau_0}{r_1}\right)^2}}\right\}. \qquad (10.12)$$

Таблица 10.5

$q_ж$, м^3/с	$p_н$, 10^5 Па	$q_ж$, м^3/с	$p_н$, 10^5 Па
0,0010	22,22	0,0040	20,42
0,0020	19,70	0,0050	21,48
0,0022	19,60	0,0060	22,72
0,0024	19,55	0,0090	26,94
0,0030	19,68	0,0100	28,43
0,0034	19,92	0,0110	29,93

Значение $\partial\eta_{см}/\partial q_ж$ определяется по формуле (6.9), а $\eta_{см}$ — согласно (6.5).

Принимая во внимание геометрию поперечных сечений каналов, можно прийти к выводу, что решение данной задачи целесообразно проводить при сочетаниях режимов течения, приведенных ниже.

Центральная труба	Кольцевое пространство
С	С
Т	С
Т	Т

Здесь С и Т — соответственно структурный и турбулентный режимы течения.

При турбулентном режиме течения давление у нижнего торца центральной колонны

$$p_{баш} = \frac{\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т}{q_ж + q_т} l + \frac{0{,}0089724\eta_{см}^{0{,}25}}{g^{0{,}75} r_1^{4{,}75}} \left(\frac{\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т}{q_ж + q_т} \right)^{0{,}75} l (q_ж + q_т)^{1{,}75}. \quad (10.13)$$

Значение $p_{баш}$ можно определить из выражения (8.59), составленного для структурного режима течения жидкости в кольцевом пространстве:

$$p_{баш} = p_н + \gamma_ж l - \frac{2l\tau_0}{\varphi(r_a) r_3} \times$$

$$\times \left\{ -\left[\psi(r_a) - \frac{8\eta q_ж}{\tau_0 r_3^3} \right] + \sqrt{\left[\psi(r_a) - \frac{8\eta q_ж}{\tau_0 r_3^3} \right]^2 - \phi(r_a)} \right\}. \quad (10.14)$$

Из значений $p_{баш}$, найденных по формулам (10.13) и (10.14), получим

$$p_н = q_т \frac{\gamma_т - \gamma_ж}{q_т + q_ж} + \frac{0{,}0089724\eta_{см}^{0{,}25}}{g^{0{,}75} r_1^{4{,}75}} \left(\frac{\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т}{q_ж + q_т} \right)^{0{,}75} l (q_ж + q_т)^{1{,}75} + \frac{2l\tau_0}{\varphi(r_a) r_3} \times$$

$$\times \left\{ -\left[\psi(r_a) - \frac{8\eta q_ж}{\tau_0 r_3^3} \right] + \sqrt{\left[\psi(r_a) - \frac{8\eta q_ж}{\tau_0 r_3^3} \right]^2 - \phi(r_a)} \right\}. \quad (10.15)$$

Согласно условию (10.11) и выражению (10.15)

$$-\frac{q_т(\gamma_т - \gamma_ж)}{(q_т + q_ж)^2} + \frac{0{,}008974(\gamma_ж q_ж + \gamma_т q_т)^{0{,}75}}{g^{0{,}75} r_1^{4{,}75} \eta_{см}^{4{,}75}} \left\{ (q_ж + q_т) \left[0{,}25 \frac{\partial \eta_{см}}{\partial q_ж} - \right.\right.$$

$$-\frac{0,75\eta_{см}\left(\gamma_т-\gamma_ж\right)q_т}{\left(\gamma_ж q_ж+\gamma_т q_т\right)\left(q_ж+q_т\right)}\Bigg]+1,75\eta_{см}\Bigg\}+\frac{16\eta}{\varphi\left(r_a\right)r_3^4}\times$$

$$\times\left\{1-\frac{\psi\left(r_a\right)-\dfrac{8\eta q_ж}{\tau_0 r_3^3}}{\sqrt{\left[\psi\left(r_a\right)-\dfrac{8\eta q_ж}{\tau_0 r_3^3}\right]^2-\phi\left(r_a\right)}}\right\}=0. \qquad (10.16)$$

Расчеты по уравнению (10.16) ведутся с помощью формул (6.9) и (6.5). Теперь составим выражение для определения давления нагнетания при турбулентном режиме течения в центральной колонне труб и в пространстве между внешней и внутренней бурильной колонны.

Давление у нижнего торца колонны из рассмотрения течения смеси в трубе определяется по выражению (10.13).

Составив уравнение динамического равновесия жидкости, движущейся в кольцевом пространстве, с помощью формул Дарси — Вейсбаха и Блазиуса получим

$$p_{баш}=p_н+\gamma_ж l-\frac{0,0089724\eta^{0,25}\gamma_ж^{0,75}lq_ж^{1,75}}{\left(r_3^2-r_2^2\right)^{1,75}\left(r_3-r_2\right)^{1,25}g^{0,75}}. \qquad (10.17)$$

Из равенства значений $p_{баш}$, найденных по формулам (10.13) и (10.17), можно составить следующее выражение для определения давления нагнетания:

$$p_н=\frac{p_н\left(\gamma_т-\gamma_ж\right)l}{q_ж+q_т}+\frac{0,00897241}{g^{0,75}}\left[\frac{\eta_{см}^{0,25}}{r_1^{4,75}}\left(\gamma_ж q_ж+\gamma_т q_т\right)^{0,75}\left(q_ж+q_т\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{\eta^{0,25}\gamma_ж^{1,75}q_ж^{1,75}}{\left(r_3^2-r_2^2\right)^{1,75}}\right]. \qquad (10.18)$$

По условию (10.11) и формуле (10.18) получим

$$-\frac{q_т\left(\gamma_т-\gamma_ж\right)}{\left(q_ж+q_т\right)^2}+\frac{0,0089724}{g^{0,75}}\left[\frac{0,19\left(\gamma_ж q_ж+\gamma_т q_т\right)^{0,75}\left(q_ж+q_т\right)}{\eta_{см}^{0,75}r_1^{4,75}}\frac{\partial\eta_{см}}{\partial q_ж}+\right.$$

$$+\frac{\eta_{см}^{0,25}}{r_1^{4,75}}\frac{0,75\gamma_ж\left(q_ж+q_т\right)+\gamma_ж q_ж+\gamma_т q_т}{\left(\gamma_ж q_ж+\gamma_т q_т\right)^{0,25}}+\left.\frac{1,75\eta^{0,25}\gamma_ж^{0,75}q_ж^{0,75}}{\left(r_3^2-r_2^2\right)^{1,75}}\right]=0. \qquad (10.19)$$

Найдем, какое из этих трех сочетаний режимов течения в трубе и кольцевом пространстве наиболее часто встречается в практике бурения двойной колонной.

Проведем сначала расчеты при $r_3 = 0{,}0305$ м, $r_1 = 0{,}0174$ м, $r_2 = 0{,}0240$ м.

Все расчеты проведем при $\gamma = 1{,}2 \cdot 10^4$ Н/м^3.

Очевидно, что для решения задачи необходимо определить параметр Рейнольдса в трубе и кольцевом пространстве, т.е. $Re_т$ и $Re_{к.п}$, а также критические значения параметра Рейнольдса $Re_{кр.т}$ и $Re_{кр.к.п}$.

Таким образом,

$$Re_{к.п}=\frac{2\gamma q_ж}{\pi\left(r_3+r_2\right)\eta g}=14288{,}8\frac{q_ж}{\eta}; \qquad (10.20)$$

$$Re_т=\frac{2\gamma q_ж}{\pi r_1\eta g}=44755{,}2\frac{q_ж}{\eta}. \qquad (10.21)$$

В практике бурения двойной бурильной колонной представляет интерес случай $r_a = r_2/r_3 > 0{,}7$. Тогда по формуле (8.29) критическое значение параметра Рейнольдса в кольцевом пространстве определяется так:

$$Re_{кр.к.п}=-6740{,}7+29{,}05\left[\frac{4\tau_0\left(r_3-r_2\right)^2\gamma}{g\eta^2}\right]^{0,4406}+10958{,}324\ r_a.$$

Так как $r_a = r_2/r_3 = 0{,}78688$, то

$$Re_{кр.к.п}=1882{,}19+14{,}50477\left(\frac{\tau_0}{\eta^2}\right)^{0,4406}. \qquad (10.22)$$

Согласно формуле (1.38) критическое значение параметра Рейнольдса

$$Re_{кр.т}=145{,}842\left(\frac{4r_1^2\tau_0\gamma}{g\eta^2}\right)^{0,33498}=166{,}3619\left(\frac{\tau_0}{\eta^2}\right)^{0,33498}. \qquad (10.23)$$

В табл. 10.6 приведены результаты расчетов по формулам (10.20) и (10.21) при различных $q_ж$ и η.

Таблица 10.6

$q_ж$, 10^{-3} м^3/с	$Re_{к.п}$ при различных η, 10^{-3} Па·с			$Re_т$ при различных η, 10^{-3} Па·с		
	10	20	40	10	20	40
0,4	571,5	285,7	142,9	1790,2	895,1	447,5
0,5	714,4	357,2	178,6	2237,8	1118,9	559,4
0,6	857,2	428,6	214,3	2685,3	1342,6	671,3
0,7	1000,1	500,0	250,0	3132,9	1566,4	783,2
0,8	1143,0	571,5	285,7	3580,4	1790,2	895,3
0,9	1285,9	642,9	321,5	4028,0	2014,0	1007,0
1,0	1428,7	714,3	357,2	4475,5	2237,7	1118,9
1,1	1571,6	785,8	392,9	4923,1	2461,5	1230,8
1,2	1714,5	857,2	428,6	5370,6	2685,3	1342,6
1,3	1857,4	928,7	464,3	5818,2	2909,1	1454,5
1,4	2000,2	1000,1	500,0	6265,7	3132,8	1566,4

В табл. 10.7 приведены значения $Re_{кр.к.п}$ и $Re_{кр.т}$, найденные по формулам (10.22) и (10.23) при различных τ_0 и η.

Аналогичные расчеты по определению режима течения проведем при $r_3 = 0{,}0480$ м, $r_1 = 0{,}0284$ м, $r_2 = 0{,}0375$ м.

Значит, согласно (10.20), (10,21), а также (10.22) и (10.23)

$$Re_{к.п} = 9108{,}07\frac{q_ж}{\eta};$$

$$Re_т = 27420{,}15\frac{q_ж}{\eta};$$

$$Re_{кр.к.п} = 1820{,}4906 + 22{,}1332\left(\frac{\tau_0}{\eta^2}\right)^{0,4406};$$

$$Re_{кр.т} = 230{,}994\left(\frac{\tau_0}{\eta^2}\right)^{0,33498}.$$

Таблица 10.7

τ_0, Па	$Re_{кр.к.п}$ при различных η, 10^{-3} Па·с			$Re_{кр.т}$ при различных η, 10^{-3} Па·с		
	10	20	40	10	20	40
1	2721,5	2337,8	2129,6	3638,9	2287,2	1437,5
2	3021,2	2500,6	2217,9	4590,0	2884,9	1813,2
3	3244,0	2621,6	2283,6	5257,7	3304,6	2077,0
4	3428,1	2721,5	2337,8	3428,1	2721,4	2337,8
5	3587,8	2808,2	2384,9	3587,8	2808,2	2384,9
6	3730,4	2885,6	2427,0	3730,4	2885,6	2427,0
7	3860,3	2956,2	2465,3	3860,3	2956,2	2465,3
8	3980,2	3021,2	2500,6	3980,2	3021,2	2500,1
9	4092,0	3081,9	2533,5	4092,0	3081,9	2533,5
10	4197,0	3138,9	2564,5	4197,0	3138,9	2564,5

В табл. 10.8 и 10.9 приведены значения $Re_{к.п}$, $Re_т$, а также $Re_{кр.к.п}$, $Re_{кр.т}$ при различных $q_ж$, η и τ_0.

Из сравнения данных, приведенных в табл. 10.6—10.9, видно, что вероятным сочетанием режимов течения являются: 1) структурный режим движения глинистого раствора в кольцевом пространстве и во внутренней полости центральной колонны; 2) структурное течение в кольцевом пространстве и движение при турбулентном режиме течения во внутренней полости центральной колонны.

В числе выражений, составляющих гидравлическую программу, необходимо использовать уравнения (6.10) или (6.11), полученные из условия минимума потерь давления в центральной колонне.

Очевидно, что закачиваемая жидкость должна обеспечивать успешный вынос выбуренной породы.

Таблица 10.8

$q_ж$, 10^{-3} м^3/с	$Re_{к.п}$ при различных η, 10^{-3} Па·с			$Re_т$ при различных η, 10^{-3} Па·с		
	10	20	40	10	20	40
0,4	364,3	182,1	91,1	1096,8	548,4	274,2
0,5	455,4	227,7	113,8	1371,0	685,5	342,7
0,6	546,5	273,2	136,6	1645,2	822,6	411,3
0,7	637,6	318,6	159,4	1919,4	959,7	479,8
0,8	728,6	364,3	182,1	2193,6	1096,8	548,4
0,9	819,7	409,8	204,9	2467,8	1233,9	616,9
1,0	910,8	455,4	227,7	2742,0	1371,0	685,5
1,1	1001,9	500,9	250,5	3016,2	1508,1	754,0
1,2	1093,0	546,5	273,2	3290,4	1645,2	822,6
1,3	1184,0	592,0	296,0	3564,6	1782,3	891,1
1,4	1275,0	637,5	318,7	3838,8	1919,4	959,7

Таблица 10.9

τ_0, Па	$Re_{кр.к.п}$ при различных η, 10^{-3} Па·с			$Re_{кр.т}$ при различных η, 10^{-3} Па·с		
	10	20	40	10	20	40
1	3101,2	2515,8	2198,0	5052,7	3175,7	1996,0
2	3558,6	2764,1	2332,8	6373,2	4005,7	2517,7
3	3898,6	2948,7	2433,0	7300,4	4588,5	2884,0
4	4179,4	3101,2	2515,8	8038,9	5052,7	3175,7
5	4423,1	3233,5	2587,6	8662,9	5444,8	3422,2
6	4640,8	3351,7	2651,8	9208,4	5787,7	3637,7
7	4839,0	3459,3	2710,2	9696,4	6094,4	3830,5
8	5021,9	3558,6	2764,1	10140,0	6373,2	4005,7
9	5192,5	3651,2	2814,4	10548,1	6629,7	4167,0
10	5352,7	3738,2	2861,6	10927,0	6867,9	4316,6

Отличительной особенностью бурения скважины двойной бурильной колонной являются значительные расходные концентрации выбуренной породы в центральной колонне. Действительно, если расход выбуренной породы

$$q_т = \pi R^2 v_{мех}\left(1 - m\right),$$

то расходная концентрация

$$\alpha_0 = \frac{\pi R^2 v_{мех}\left(1 - m\right)}{\pi R^2 v_{мех}\left(1 - m\right) + q_ж}. \qquad (10.24)$$

Следовательно, при $R = 0{,}042$ м и $m = 0{,}2$

$$\alpha_0 = \frac{0{,}0044334 v_{мех}}{0{,}0044334 v_{мех} + q_ж}.$$

В табл. 10.10 приведены значения α_0 при различных $q_ж$ и $v_{мех}$.

Из табл. 10.10 видно, что α_0 может достигать больших значений, и поэтому следует учитывать фактор стесненного движения выбуренных частиц в промывочной жидкости.

При объемной (истинной) концентрации выбуренной породы в промывочной жидкости α_x абсолютная скорость движения жидкости равна $\frac{q_ж}{f(1-\alpha_x)}$, а абсолютная скорость "шлама" $\frac{q_т}{f(1-\alpha_x)}$.

Следовательно, относительную скорость осаждения частицы можно найти как

$$v_r = \frac{q_ж}{f(1-\alpha_x)} - \frac{q_т}{f(1-\alpha_x)}, \qquad (10.25)$$

где f — площадь поперечного сечения центральной колонны.

Из определения расходной концентрации

$$q_т = \frac{\alpha_0 q_ж}{1-\alpha_0}. \qquad (10.26)$$

Таблица 10.10

$q_ж$, 10^{-3} м^3/с	α_0 при различных $v_{мех}$, м/с				
	100	200	400	600	800
0,6	0,17030	0,29103	0,45085	0,55187	0,62156
0,8	0,13340	0,23540	0,38109	0,48015	0,55187
1,0	0,10965	0,19763	0,33003	0,42492	0,49627
1,2	0,09307	0,17030	0,29103	0,38109	0,45085
1,4	0,08085	0,14961	0,26028	0,34546	0,41305

Значит, по (10.25) и (10.26)

$$v_r = \frac{q_ж}{f} \frac{\alpha_x - \alpha_0}{\alpha_x (1-\alpha_0)(1-\alpha_x)}. \quad (10.27)$$

Разделив левую и правую части выражения (10.27) на скорость свободного осаждения v_s, получим

$$\beta = q_ж^* \frac{\alpha_x - \alpha_0}{\alpha_x (1-\alpha_x)(1-\alpha_0)}, \quad (10.28)$$

где $\beta = \frac{v_r}{v_s}$; $q_ж^* = \frac{q_ж}{f v_s}$.

Экспериментальными исследованиями Д.М. Минца и С.А. Шуберта [20] по изучению восходящих потоков суспензий, составленных из воды и твердых частиц, движущихся через вертикальные трубы, было получено следующее выражение:

$$\beta = -\frac{24z\alpha_x}{\mathrm{Re} c_0} + \sqrt{\left(\frac{24z\alpha_x}{\mathrm{Re} c_0}\right)^2 + (1-\alpha_x)^3}, \quad (10.29)$$

где $\mathrm{Re} = \frac{v_s d_т \gamma}{\eta g}$;

$$z = 4,5 + 0,019\sqrt{\frac{\gamma(\gamma_т - \gamma)}{g\eta^2} \frac{\pi d_т^3}{6}}. \quad (10.30)$$

Здесь c_0 — коэффициент сопротивления.

Значение c определяется в зависимости от режима обтекания частицы; формулы, приведенные ниже, выведены согласно экспериментальным исследованиям проф. Р.И. Шищенко [26, 27].

При структурном режиме обтекания

$$c_0 = \frac{3,0609 g(\gamma_т - \gamma)\eta^2}{\gamma d_т \left(\sqrt[3]{\frac{d_т}{d_0}} - 1\right)^4 \tau_0^2}, \quad (10.31)$$

где d_0 — диаметр нетонущей частицы, определенный по выражению (2.20).

Коэффициент сопротивления при обтекании в случае турбулентного режима и режима турбулентной автомодельности в зависимости от формы частицы находится по формулам

(2.22) — (2.25), а режим обтекания устанавливается согласно неравенствам (2.26) — (2.28).

Из равенства значений β, найденных по формулам (10.28) и (10.29), можно записать:

$$-\frac{24z\alpha_x}{\mathrm{Re}C}+\sqrt{\left(\frac{24z\alpha_x}{\mathrm{Re}C}\right)+\left(1-\alpha_x\right)^3}-\frac{q_ж^*\left(\alpha_x-\alpha_0\right)}{\alpha_x\left(1-\alpha_x\right)\left(1-\alpha_0\right)}=0.$$

Отсюда

$$q_ж^*=\frac{\alpha_x\left(1-\alpha_x\right)\left(1-\alpha_0\right)}{\alpha_x-\alpha_0}\left[-\frac{24z\alpha_x}{\mathrm{Re}C}+\sqrt{\left(\frac{24z\alpha_x}{\mathrm{Re}C}\right)^2+\left(1-\alpha_x\right)^3}\right]. \qquad (10.32)$$

По формуле (10.32) найдем зависимость $\alpha_x = f\left(q^*,\ \alpha_0\right)$ при $\gamma_т = 2{,}64 \cdot 10^4$ Н/м^3, $\gamma = 1{,}2 \cdot 10^4$ Н/м^3, $d_т = 0{,}01$ м, $\tau_0 = 2$ Па, $\eta = 0{,}010$ Па·с.

Для определения режима обтекания вычислим по формуле (2.20) диаметр нетонущей частицы

$$d_0=\left(\frac{4,544\cdot 2}{14400}\right)^{0,82559}=0,002281 \text{ м}.$$

Значит,

$$\frac{d_т}{d_0}=3,3878.$$

Так как

$$3,0\geq\frac{d_т}{d_0}\geq 7,0,$$

то режим обтекания структурный и согласно формуле (2.17) скорость свободного осаждения $v_s = 0{,}6625$ м/с.

Следовательно, параметр Рейнольдса

$$\mathrm{Re}=\frac{v_s d_т\gamma}{\eta g}=\frac{0,6625\cdot 0,01\cdot 1,2\cdot 10^4}{0,01\cdot 9,81}=810,39.$$

Согласно (10.19) коэффициент обтекания $C = 1{,}419684$.

По (10.29) $z = 10{,}27019$.

Тогда по (10.20)

$$q_ж^*=\frac{\alpha_x\left(1-\alpha_x\right)\left(1-\alpha_0\right)}{\alpha_x-\alpha_0}\left[-0,2142417\alpha_x+\sqrt{0,0458995\alpha_x^2+\left(1-\alpha_x\right)^3}\right]. \qquad (10.33)$$

В табл. 10.11 приведены значения $q_ж^*$ при различных α_0 и α_x.

Таблица 10.11

α_x	$q^*_ж$ при $\alpha_0 = 0,1$	α_x	$q^*_ж$ при $\alpha_0 = 0,2$	α_x	$q^*_ж$ при $\alpha_0 = 0,3$	α_x	$q^*_ж$ при $\alpha_0 = 0,4$
0,105	13,95	0,204	21,69	0,305	15,36	0,405	11,00
0,110	7,19	0,206	14,49	0,310	7,64	0,410	5,42
0,115	4,94	0,210	8,74	0,315	5,07	0,415	3,57
0,120	3,80	0,215	5,86	0,320	3,78	0,420	2,64
0,125	3,12	0,220	4,42	0,325	3,00	0,425	2,08
0,130	2,66	0,225	3,55	0,330	2,88	0,430	1,71
0,135	2,33	0,230	2,97	0,340	1,84	0,435	1,44
0,140	2,08	0,240	1,61	0,350	1,44	0,440	1,24

Из табл. 10.11 видно, что при данном α_0 существует определенное $q^* = q^*_{кр}$, выше которого отмечается слабое уменьшение α_x, т.е. $q^* \geq q^*_{кр}$ можно принять, что происходит вынос твердой частицы.

Ниже приведены значения $q^*_{кр}$ при различных α_0.

α_0	0	0,10	0,20	0,30	0,40
$q_{кр}$......................	1	1,50	2,0	2,5	3,0

В результате обработки была получена следующая зависимость:

$$q^* = 1 + 5\alpha_0. \tag{10.34}$$

Имея в виду выражение для α_0, перепишем формулу (10.34) так:

$$\frac{q_{кр}}{fv_s} - \frac{5\pi R^2 v_{мех}(1-m)}{\pi R^2 v_{мех}(1-m) + q_{кр}} - 1 = 0. \tag{10.35}$$

Значит,

$$q_ж = \frac{fv_s}{2}\left\{\frac{fv_s - \pi R^2 v_{мех}(1-m)}{fv_s} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left[\frac{fv_s - \pi R^2 v_{мех}(1-m)}{fv_s}\right] + \frac{24\pi R^2 v_{мех}(1-m)}{fv_s}}\right\}. \tag{10.36}$$

Известно, что скорость свободного осаждения v_s определяется по формуле (2.21), а коэффициент сопротивления в зависимости от режима обтекания — согласно одному из соотношений (2.22) — (2.24).

При структурном обтекании по соотношениям (2.17) и (10.31)

$$v_s = 0{,}66 d_т \frac{\tau_0}{\eta}\left[\sqrt[3]{d_т\left(\frac{\gamma_т-\gamma}{4{,}544}\right)^{0{,}82559}}-1\right]^2. \quad (10.37)$$

Согласно (1.38) или (10.23) максимально возможный расход жидкости, при котором еще сохраняется структурный режим, определяется так:

$$q_ж = \frac{364{,}4957}{\gamma^{0{,}665}} r_1^{1{,}67}\tau_0^{0{,}335} g^{0{,}665}\eta^{0{,}33}. \quad (10.38)$$

Таким образом, для составления гидравлической программы располагаем тремя уравнениями — (6.10), (10.36) и (10.37) с тремя неизвестными — $q_ж$, η и τ_0. Указанная система решается так: по уравнению (6.11), полученному из условия минимума потерь давления в центральной колонне, определяем зависимость

$$q_ж = f(\eta, \tau_0). \quad (10.39)$$

Аналогичную серию кривых рассчитываем согласно (11.38) и по сответствующим точкам пересечения зависимостью (10.38) и (10.39) находим

$$\eta = \phi(\tau_0). \quad (10.40)$$

Приравняв правые части выражений (10.38) и (10.36), получим

$$f v_s\left\{\frac{f v_s - \pi R^2 v_{мех}(1-m)}{f v_s}+\sqrt{\left[\frac{f v_s - \pi R^2 v_{мех}(1-m)}{f v_s}\right]^2+\frac{24\pi R^2 v_{мех}(1-m)}{f v_s}}\right\}-$$

$$-\frac{728{,}9914}{\gamma^{0{,}6615}} r_1^{1{,}667}\tau_0^{0{,}335} g^{0{,}665}\eta^{0{,}33} = 0. \quad (10.41)$$

При $R = 0{,}042$ м, $m = 0{,}2$, $v_{мех} = 400$ м/ч, $r_1 = 0{,}0174$, $\gamma_т = 2{,}64 \cdot 10^4$ Н/м^3, $\gamma = 1{,}2 \cdot 10^4$ Н/м^3 и различных τ_0 в результате совместного решения уравнений (6.10) и (10.38) были получены значения η и τ_0, приведенные в табл. 10.12.

При $d_т = 0{,}010$ м и $d_т = 0{,}005$ м, а также прочих равных исходных данных по уравнению (10.41) определены значения η при заданных τ_0 (табл. 10.13).

Таблица 10.12

τ_0, Па	η, Па·с	τ_0, Па	η, Па·с
1,0	0,0675	3,0	0,0405
1,2	0,0612	4,0	0,0364
1,4	0,0570	6,0	0,0315
1,6	0,0532	8,0	0,0284
1,8	0,0498	10,0	0,0266
2,0	0,0472	15,0	0,0230
2,5	0,0434	20,0	0,0206

Таблица 10.13

$d_т$ = 0,01 м		$d_т$ = 0,005 м	
τ_0, Па	η, Па·с	τ_0, Па	η, Па·с
5,0	0,0280	1,0	0,0450
5,5	0,0290	1,2	0,0480
6,0	0,0300	1,4	0,0500
6,5	0,0308	1,6	0,0520
7,0	0,0317	1,8	0,0550
7,5	0,0324	2,0	0,0560
8,0	0,0330	2,5	0,0590
8,5	0,0339	3,0	0,0620
9,0	0,0347	4,0	0,0653
9,5	0,0353	5,0	0,0675
10,0	0,0360	10,0	0,0770

Таблица 10.14

$d_т$, м	τ_0	η	$q_ж$, м³/с
0,010	6,5	0,0308	0,00221
0,005	1,5	0,0530	0,00161

По данным табл. 10.12 и 10.13 были построены кривые зависимости $\eta = f(\tau_0)$ и по точке пересечения найдены η и τ_0 при $d_т$ = 0,01 и 0,005 м, что позволило по формуле (10.38) вычислить соответствующий расход жидкости. Результаты расчетов приведены в табл. 10.14.

10.2.2. ÃÈÄÐÀÂËÈ×ÅÑÊÀß ÏÐÎÃÐÀÌÌÀ Â ÑËÓ×ÀÅ, ÊÎÃÄÀ ÃÈÄÐÀÂËÈ×ÅÑÊÀß ÏÎÐÎÄÀ ÏÎÑÒÓÏÀÅÒ Â ÖÅÍÒÐÀËÜÍÓÞ ÊÎËÎÍÍÓ Â ÂÈÄÅ ÊÅÐÍÀ

Расход жидкости, необходимый для выноса керна, определяется по формуле (8.179), и при этом $\Delta\rho^*$ и ρ_0^* рассчитываются согласно (8.176) и (8.180). Известно, что турбулентный режим течения характеризуется наличием пульсации скорости и давления, амплитуда которых может быть значительной. Имея в виду это обстоятельство, сохранность керна от обломов будет более высокой, если поддерживать структурный режим течения в трубе. Тогда максимально возможный расход, при котором еще сохраняется структурный режим, определяется по формуле (10.38).

Из условия минимума давления у нижнего торца бурового снаряда или минимума потерь давления в центральной колонне бурильных труб располагаем уравнением (6.10), вязкость смеси твердой фазы и жидкости находится по формуле (6.5).

Следовательно, задача по определению η, τ_0, Q, а следовательно, и $u_т$ решается так. Задаемся $v_{мех}$, m, R, r_0, r_1, а значит, и $r_a (r_a = r_0/r_1)$. По формуле (8.180) находим ρ_0^*. Принимаем какое-либо τ_0, а следовательно, и τ_0^* и по выражению (8.176) определяем соответствующее значение $\Delta\rho^*$. Далее, рассматривая совместно выражения (8.179) и (10.38), методом последовательных приближений находим η. Аналогичные расчеты выполняем при различных τ_0 и определяем зависимость $\eta = f(\tau_0)$. Кривую зависимости $\eta = \phi(\tau_0)$ рассчитываем также по выражениям (6.5), (6.10) и (10.38). По точке пересечения кривых $\eta = f(\tau_0)$ и $\eta = \phi(\tau_0)$ устанавливаем единственные η и τ_0, что позволяет по формуле (10.38) найти расход жидкости, а по (8.177) — скорость движения керна.

11 ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ПРИ БУРЕНИИ СКВАЖИН НА ТВЕРДЫЕ ПОЛЕЗНЫЕ ИСКОПАЕМЫЕ

Для бурения скважин на твердые полезные ископаемые характерен небольшой зазор между стенками скважины и колонной бурильных труб. Поэтому основные потери в циркуляционной системе будут формироваться при течении жидкости через затрубное пространство. Правильность такого предположения подтверждается результатами сравнительных расчетов.

При наличии достоверных количественных соотношений для определения потерь давления в кольцевом пространстве давление на забое скважины можно определять по давлению на насосе, предназначенном для прокачки промывочной жидкости. Значительные гидравлические сопротивления в кольцевом пространстве, увеличивающиеся с повышением расхода жидкости, и соответствующие изменения забойного давления могут привести к так называемому гидравлическому подпору, при котором колонна труб либо зависает в стволе, либо выталкивается из скважины.

Представляет интерес найти максимально возможный расход жидкости, выше которого будет наблюдаться гидравлический подпор. Исследования показали, что вращение колонны при роторном бурении приводит к увеличению потерь давления по сравнению с давлением на насосе при промывке скважины. Очевидно, что установление соответствующих расчетных соотношений представляет практический интерес.

11.1. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ПОТЕРЯМИ ДАВЛЕНИЯ В РАЗЛИЧНЫХ ЗВЕНЬЯХ ЦИРКУЛЯЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Необходимая мощность насосов, установленных на буровых, зависит от величины потерь давления промывочной жидкости, возникающих при течении ее через различные местные сопротивления (обвязка насоса, сужения и расширения при прохождении через муфтовые соединения, промывочные отверстия долота и т.д.), а также потерь давления в линейной части, т.е. в процессе прохождения жидкости внутри бурильных труб и в затрубном пространстве.

Положение о превалировании потерь давления в кольцевом пространстве над гидравлическими сопротивлениями в остальных звеньях циркуляционной системы подтверждается сравнительными расчетами. В общем случае в качестве промывочной жидкости можно использовать воду (вязкая жидкость), глинистые растворы (вязкопластичные среды), эмульсии и аэрированные смеси.

Поставленную задачу будем решать для случая применения в качестве промывочной жидкости воды, так как получаемые при этом гидравлические соотношения отличаются сравнительной простотой. Очевидно, что если при использовании вязкой жидкости потери давления в кольцевом пространстве окажутся значительно больше суммы всех остальных гидравлических сопротивлений, то при применении других промывочных жидкостей (глинистые растворы, аэрированные смеси, эмульсии) этот "дисбаланс" окажется еще большим.

Для определения потерь давления в трубах воспользуемся выражением (9.71), произвольные постоянные в котором найдем из граничных условий: на стенке трубы радиусом r_2 скорость жидкости u равна нулю, а на оси потока u достигает максимума, т.е.

при $r = r_2 \quad u = 0$;

при $r = 0 \quad u = u_{max}$.

Так как логарифм нуля невозможен, то согласно второму граничному условию $ё_1 = 0$.

Из первого граничного условия и выражения (9.71)

$$C_2 = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}r_2^2. \tag{11.1}$$

Значит, по (9.71) и (11.1) имеем следующий закон распределения скоростей:

$$u = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}\left(r_2^2 - r^2\right). \tag{11.2}$$

Имеем также

$$-\frac{dp}{dz}=\frac{\Delta p_т}{l}.$$

Тогда

$$u=\frac{\Delta p_т}{4\mu l}\left(r_2^2-r^2\right), \tag{11.4}$$

где $\Delta p_т$ — потери давления в трубе.

Расход жидкости в трубе

$$q=2\pi\int_0^{r_2} rudr. \tag{11.5}$$

По выражению (11.4) и (11.5) получим

$$q=\frac{\pi\Delta p_т r_2^4}{8\mu l} \tag{11.6}$$

или

$$\Delta p_т=\frac{8\mu lq}{\pi r_2^4}. \tag{11.7}$$

Формулы (11.6) и (11.7) известны под названием формулы Пуазейля.

Для расчета потерь давления в кольцевом пространстве воспользуемся также выражением (9.17), определяя при этом произвольные постоянные C_1 и C_2 из граничных условий, согласно которым скорости на поверхности колонны бурильных труб радиусом r_0 и скважины радиусом r_1 равны нулю, т.е.

при $r = r_0$ $u = 0$;

при $r = r_1$ $u = 0$.

Тогда

$$C_1 = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}\frac{r_1^2-r_0^2}{\ln\frac{r_1}{r_0}}; \tag{11.8}$$

$$C_2 = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}\left(r_1^2-\frac{r_1^2-r_0^2}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\ln r_1\right). \tag{11.9}$$

Согласно формулам (9.71), (11.8) и (11.9) можно записать:

$$u = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}\left(r_1^2 - r^2 - \frac{r_1^2 - r_0^2}{\ln\frac{r_1}{r_0}}\ln\frac{r_1}{r}\right). \quad (11.10)$$

По (9.75), (11.3) и (11.10) получим следующее выражение для определения потерь давления в кольцевом пространстве:

$$\Delta p_{к.п} = \frac{8\mu q l}{\pi}\frac{\ln\frac{r_1}{r_0}}{\left(r_1^4 - r_0^4\right)\ln\frac{r_1}{r_0} - \left(r_1^2 - r_0^2\right)^2}. \quad (11.11)$$

По формулам (11.11) и (11.7)

$$\frac{\Delta p_{к.п}}{\Delta p_т} = \frac{r_c^4 \ln\frac{1}{r_a}}{\left(1 - r_a^4\right)\ln\frac{1}{r_a} - \left(1 - r_a^2\right)^2}, \quad (11.12)$$

где $r_a = r_0/r$; $r_c = r_2/r_1$.

В табл. 11.1 приведены диаметры бурильных труб и скважин, представляющих интерес для бурения на твердые полезные ископаемые.

В табл. 11.2 приведены отношения $\Delta p_{к.п}/\Delta p_т$ при различных r_a и r_c для скважин диаметрами 46 и 59 мм и бурильных труб, указанных в табл. 11.1.

В табл. 11.3 приведены отношения $\Delta p_{к.п}/\Delta p_т$ при значениях r_a и r_c для скважины диаметром 76 мм.

Из табл. 11.2 и 11.3 следует, что потери давления в кольцевом пространстве намного больше потерь давления в трубе. Только при двух значениях r_a (см. табл. 11.3) $\Delta p_т > \Delta p_{к.п}$. Од-

Таблица 11.1

Тип бурильных труб	Наружный диаметр, мм	Толщина стенки, мм	Диаметр скважины, мм					
			46		59		76	
			r_a	r_c	r_a	r_c	r_a	r_c
СБТН	42	5,0	0,9130	0,6956	0,7119	0,5424	0,5524	0,4210
СБТН	50	5,5	—	—	0,8475	0,6610	0,6579	0,5132
СБТН	50	5,0	—	—	0,8475	0,6780	0,6579	0,5663
СБТН	54	5,0	—	—	0,9152	0,7458	0,7105	0,3684
ЛБТН	42	7,0	0,9130	0,6087	0,7119	0,4746	0,5526	0,3684
ЛБТН	54	9,0	—	—	0,9152	0,6102	0,7105	0,5000

Таблица 11.2

r_a	r_c	$\frac{\Delta p_{к.п}}{\Delta p_т}$	r_a	r_c	$\frac{\Delta p_{к.п}}{\Delta p_т}$
0,9130	0,6956	278,9	0,9130	0,6087	163,5
0,8475	0,6610	43,8	0,8475	0,6780	48,3
0,9152	0,7458	401,9	0,9152	0,6102	155,3
0,7119	0,5424	3,2	0,7119	0,4746	1,8

Таблица 11.3

r_a	r_c	$\frac{\Delta p_{к.п}}{\Delta p_т}$	r_a	r_c	$\frac{\Delta p_{к.п}}{\Delta p_т}$
0,5524	0,4210	0,337	0,6579	0,5263	1,729
0,6579	0,5132	1,600	0,7105	0,5789	4,000
0,5526	0,3684	0,197	0,7105	0,5000	2,200

нако расчет потерь давления в этих случаях не представляет практического интереса, так как при указанных значениях r_a и r_c даже суммарные потери, составленные из $\Delta p_т$ и $\Delta p_{к.п}$, пренебрежимо малы.

В табл. 11.4 приведены значения $\Delta p_т$, $\Delta p_{к.п}$ и $\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$ при длине бурильных труб $l = 100$ м. Очевидно, что при других l значения изменяются в кратное число раз. В этой таблице приводятся также параметры Рейнольдса в трубе $Re_т$ и кольцевом пространстве $Re_{к.п}$, а также соответствующие критические значения в кольцевом пространстве $Re_{кр.к.п}$, которые свидетельствуют о том, что режим течения в указанных полостях действительно ламинарный.

Как видно из табл. 11.4, потерями давления на трение в данном диапазоне расхода жидкости при прохождении ее через трубу и кольцевое пространство можно пренебречь даже при глубине 2000—3000 м.

В табл. 11.5 приведены потери давления в кольцевом пространстве и трубе для шести значений r_a и r_c. Расчеты проводились при $l = 100$ м.

Из табл. 11.5 видно, что потери давления в кольцевом пространстве могут быть существенными, особенно при глубине 1000 м и более. Помимо этого здесь потери давления в бурильных трубах пренебрежимо малы по сравнению с $\Delta p_{к.п}$. При размерах бурильных труб и скважины, для которых составлена табл. 11.5, целесообразно провести расчеты по определению потерь давления на трение.

Таблица 11.4

q, л/мин	r_2 = 0,016 м, r_1 = 0,0295 м, r_a = 0,7119, r_c = 0,5420, $Re_{кр.к.п}$ = 1060					r_2 = 0,014 м, r_1 = 0,0295 м, r_a = 0,7119, r_c = 0,4746, $Re_{кр.к.п}$ = 1060				
	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па
1	663,1	210,1	60	190	250	757,9	210,1	110	200	310
2	1326,2	420,3	130	420	550	1515,8	420,3	220	400	620
3	1989,3	630,3	190	610	800	2273,6	630,3	330	590	920

Продолжение табл. 11.4

q, л/мин	r_2 = 0,016 м, r_1 = 0,038 м, r_a = 0,5526, r_c = 0,4210, $Re_{кр.к.п}$ = 1228					r_2 = 0,0195 м, r_1 = 0,038 м, r_a = 0,6579, r_c = 0,5132, $Re_{кр.к.п}$ = 1020				
	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па
1	663,1	179,8	600	20	80	544,1	168,4	30	50	80
2	1326,3	359,7	130	40	180	1088,2	336,8	60	100	160
3	1989,4	539,5	190	60	250	1632,3	505,2	90	140	230

Продолжение табл. 11.4

q, л/мин	r_2 = 0,014 м, r_1 = 0,038 м, r_a = 0,5526, r_c = 0,3684, $Re_{кр.к.п}$ = 1228					r_2 = 0,020 м, r_1 = 0,032 м, r_a = 0,6579, r_c = 0,5263, $Re_{кр.к.п}$ = 1020				
	$Re_т$	$Re_{к.п.}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п.}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па	$Re_т$	$Re_{к.п.}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п.}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па
1	757,9	179,8	110	20	130	530,5	168,4	30	50	80
2	1515,8	359,7	220	40	260	1061,0	336,8	50	90	140
3	2273,6	539,5	330	60	390	1591,5	505,2	80	140	220

Продолжение табл. 11.4

q, л/мин	r_2 = 0,022 м, r_1 = 0,038 м, r_a = 0,7105, r_c = 0,5789, $Re_{кр.к.п}$ = 1045					r_2 = 0,018 м, r_1 = 0,038 м, r_a = 0,7105, r_c = 0,500, $Re_{кр.к.п}$ = 1045				
	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па
1	482,3	163,3	20	80	100	589,5	163,2	40	90	130
2	964,6	326,5	40	160	200	1178,9	326,5	80	180	260
3	1446,9	489,7	50	200	250	1768,4	489,7	120	260	380

Таблица 11.5

q, л/мин	$r_2 = 0{,}016$ м, $r_1 = 0{,}023$ м, $r_a = 0{,}9130$, $r_c = 0{,}6956$					$r_2 = 0{,}014$ м, $r_1 = 0{,}023$ м, $r_a = 0{,}9130$, $r_c = 0{,}6087$				
	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па
1	663,1	241,1	60	18060	18120	757,9	241,2	110	18060	18170
2	1326,3	482,3	130	36120	36250	1515,8	482,4	220	36120	36340
3	1989,4	723,4	190	5418,0	54370	2273,6	723,8	330	54180	54510

Продолжение табл. 11.5

q, л/мин	$r_2 = 0{,}016$ м, $r_1 = 0{,}023$ м, $r_a = 0{,}9130$, $r_c = 0{,}6956$					$r_2 = 0{,}014$ м, $r_1 = 0{,}023$ м, $r_a = 0{,}9130$, $r_c = 0{,}6087$				
	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па
1	530,5	194,7	26	1280	1306	544,1	194,7	30	1280	1310
2	1061,0	389,4	53	2560	2613	1088,2	289,4	58	2560	1618
3	1591,0	584,1	80	3840	3920	1632,3	584,1	88	3840	3928

Продолжение табл. 11.5

q, л/мин	$r_2 = 0{,}020$ м, $r_1 = 0{,}0295$ м, $r_a = 0{,}9152$, $r_c = 0{,}7458$					$r_2 = 0{,}018$ м, $r_1 = 0{,}0295$ м, $r_a = 0{,}9152$, $r_c = 0{,}6102$				
	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\Delta p_т + \Delta p_{к.п}$, Па
1	482,3	187,8	18	7200	7218	589,4	187,8	40	7200	7240
2	964,6	375,6	36	14400	14430	1178,4	375,6	80	14400	14490
3	1446,8	563,4	54	21600	21654	1768,4	563,4	120	21600	21720

Однако небольшие значения q, обусловливающие ламинарный режим течения в трубе и кольцевом пространстве, представляют ограниченный практический интерес. С увеличением q жидкость во внутренней полости трубы движется при турбулентном режиме, а в кольцевом пространстве — при ламинарном.

Поэтому представляется целесообразным определить потери давления при ламинарном течении в кольцевом пространстве и турбулентном режиме во внутренней полости бурильных труб.

Потери давления в трубе согласно формулам Дарси — Вейсбаха и Блазиуса определяются так:

$$\Delta p_т = 0{,}0089723\,\frac{\mu^{0,25}\gamma^{0,75} l q^{1,75}}{g^{0,75} r_2^{4,75}}. \qquad (11.13)$$

Следовательно, по формулам (11.11) и (11.13)

$$\frac{\Delta p_{к.п}}{\Delta p_т} = 283{,}8156\left(\frac{\mu r_1 g}{\gamma q}\right)^{0,75} r_c^{4,75}\,\frac{\ln\dfrac{1}{r_a}}{\left[\left(1-r_a^4\right)\ln\dfrac{1}{r_a}-\left(1-r_a^2\right)^2\right]^2}. \qquad (11.14)$$

В табл. 11.6 приведены значения $\Delta p_т$, $\Delta p_{к.п}$ и $\Delta p_{к.п}/\Delta p_т$ для ряда q и различных геометрических размеров колонны труб и скважины. Расчеты проводились при l = 100 м и условии, что промывка осуществляется водой.

Из табл. 11.6 следует, что $\Delta p_{к.п}$ намного больше $\Delta p_т$.

Однако помимо потерь давления по длине в циркуляционной системе имеются такие местные сопротивления, как потери давления в обвязке $\Delta p_{обв}$, промывочных отверстиях долота $\Delta p_{дол}$, сужениях муфтовых соединений $\Delta p_м$. Расчеты показали, что ввиду малости $\Delta p_{обв}$, $\Delta p_{дол}$ и $\Delta p_м$ сумма $\Delta p_т$ + + $\Delta p_{обв}$ + $\Delta p_{дол}$ + $\Delta p_м$ также существенно меньше $\Delta p_{к.п}$.

11.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕСА КОЛОННЫ ТРУБ НА КРЮКЕ, А ТАКЖЕ МАКСИМАЛЬНОГО РАСХОДА ЖИДКОСТИ, ЗАКАЧИВАЕМОЙ В СКВАЖИНУ И ИСКЛЮЧАЮЩЕЙ ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПОДПОР

Решим задачу при ламинарном режиме течения вязкой жидкости в кольцевом пространстве.

Составим уравнение динамического равновесия, проведя при этом цилиндрическую поверхность в кольцевом пространстве радиусом r:

$$2\pi r l\tau + \pi r^2 p_2 - \pi\left(r^2 - r_0^2\right)\gamma l - \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)\gamma_т l -$$

$$- \pi r_2^2\gamma l - \pi r_2^2 p_н + F = 0, \qquad (11.15)$$

где $p_н$ и p_2 — давление нагнетания и у нижнего торца колонны труб соответственно; τ — касательное напряжение по боковой поверхности цилиндра радиусом r; F — вес колонны на крюке.

Согласно закону Ньютона

$$\tau = \mu \frac{du}{dr}. \qquad (11.16)$$

Тогда по выражениям (11.15) и (11.16), пользуясь граничным условием, согласно которому скорость жидкости на поверхности труб равна нулю, получим следующую формулу для определения скорости в любой точке кольцевого пространства:

$$u = -\frac{p_2 - \gamma l}{4\mu l}\left(r^2 - r_0^2\right) + \frac{\pi r_2^2 p_н + \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right) l\left(\gamma_т - \gamma\right) - F}{2\pi\mu l} \ln\frac{r}{r_0}. \qquad (11.17)$$

Таблица 11.6

q, л/мин	r_2 = 0,016 м, r_1 = 0,023 м, r_a = 0,913, r_c = 0,6956, $Re_{кр.к.п}$ = 3264					r_2 = 0,014 м, r_1 = 0,023 м, r_a = 0,913, r_c = 0,6087, $Re_{кр.к.п}$ = 3264				
	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\frac{\Delta p_{к.п}}{\Delta p_т}$	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\frac{\Delta p_{к.п}}{\Delta p_т}$
1	3979	1445	980	108300	110,5	4547	1447	1840	108300	58,8
8	5305	1929	1610	144400	89,7	6063	1929	3040	144400	47,4
10	6631	2411	2380	180640	75,9	7579	2411	4500	180600	40,1
12	7957	2893	3280	216700	66,0	9095	2893	6190	216700	35,0

Продолжение табл. 11.6

q, л/мин	r_2 = 0,020 м, r_1 = 0,0295 м, r_a = 0,8475, r_c = 0,6780, $Re_{кр.к.п}$ = 2546					r_2 = 0,0195 м, r_1 = 0,0295 м, r_a = 0,8475, r_c = 0,6610, $Re_{кр.к.п}$ = 2546				
	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\frac{\Delta p_{к.п}}{\Delta p_т}$	$Re_т$	$Re_{к.п.}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\frac{\Delta p_{к.п}}{\Delta p_т}$
6	3184	1168	340	7690	22,6	3265	1168	380	7690	20,2
8	4244	1557	560	10250	18,3	4353	1557	630	10250	16,2
10	5305	1947	820	12820	15,6	5441	1947	930	12820	13,7
12	6366	2336	1130	15380	13,6	6529	2336	1280	15380	12,0

Продолжение табл. 11.6

q, л/мин	r_2 = 0,022 м, r_1 = 0,0295 м, r_a = 0,9152, r_c = 0,7458, $Re_{кр.к.п}$ = 3288					r_2 = 0,018 м, r_1 = 0,0295 м, r_a = 0,9152, r_c = 0,6102, $Re_{кр.к.п}$ = 3288				
	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\frac{\Delta p_{к.п}}{\Delta p_т}$	$Re_т$	$Re_{к.п}$	$\Delta p_т$, Па	$\Delta p_{к.п}$, Па	$\frac{\Delta p_{к.п}}{\Delta p_т}$
6	2894	1127	210	43200	205,7	3537	1127	550	43200	78,5
8	3858	1502	360	57600	161,8	4716	1502	920	57600	62,6
10	4823	1878	530	71980	137,0	5895	1878	1360	71980	52,9
12	5787	2254	740	86380	120,0	7073	2253	1870	86380	46,2

Так как скорость жидкости на стенке скважины равна нулю, т.е. при $r = r_1$ $u = 0$, то в соответствии с (11.17) получим

$$F = \pi r_2^2 p_н + \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right) l\left(\gamma_т - \gamma\right) - \frac{\pi \Delta p\left(r_1^2 - r_0^2\right)}{2\ln\frac{r_1}{r_0}}. \tag{11.18}$$

В соответствии с (11.7), (11.11) и (11.18) можно составить следующее выражение для определения веса колонны на крюке:

$$F = \frac{\pi\mu q l}{r_1^4} f\left(r_a\right)\left(r_2^2 - \frac{r_1^2 - r_0^2}{2\ln\frac{r_1}{r_0}}\right) + \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right) l\left(\gamma_т - \gamma\right) + \frac{8\mu l q}{r_2^2}, \tag{11.19}$$

где

$$f\left(r_a\right) = \frac{8}{\pi}\frac{\ln\frac{1}{r_a}}{\left(1 - r_a^4\right)\ln\frac{1}{r_a} - \left(1 - r_a^2\right)^2}. \tag{11.20}$$

Давление нагнетания по (11.7) и (11.11)

$$p_н = \frac{8\mu l q}{\pi}\left[\frac{\ln\frac{r_1}{r_0}}{\left(r_1^4 - r_0^4\right)\ln\frac{r_1}{r_0} - \left(r_1^2 - r_0^2\right)^2} + \frac{1}{r_2^4}\right]. \tag{11.21}$$

Из уравнения динамического равновесия жидкости, движущейся во внутренней полости колонны труб при турбулентном режиме течения, можно записать:

$$p_н = \Delta p + \frac{0,3164\mu^{0,25} q^{1,75} l}{\pi^{1,75} r_2^{4,75}}\left(\frac{\gamma}{2g}\right)^{0,75}. \tag{11.22}$$

Тогда по формулам (11.11), (11.22) и (11.18) получим следующее выражение для определения веса колонны при турбулентном течении жидкости в колонне труб и ламинарном движении в кольцевом пространстве:

$$F = \frac{\pi\mu q l}{r_1^4} f\left(r_a\right)\left(r_2^2 - \frac{r_1^2 - r_0^2}{2\ln\frac{r_1}{r_0}}\right) + \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right) l\left(\gamma_т - \gamma\right) +$$

$$+0{,}3164\mu^{0{,}75}\left(\frac{\gamma}{8\pi g}\right)^{0{,}75}\frac{q^{1{,}75}}{r_2^{2{,}75}}. \quad (11.23)$$

Теперь найдем вес колонны на крюке при турбулентном режиме в кольцевом пространстве и колонне труб. Сила трения на внешней поверхности колонны труб

$$T = 2\pi r_0 l \tau_1. \quad (11.24)$$

Согласно [14] касательное напряжение на внешней поверхности колонны бурильных труб определяется так:

$$\tau_1 = \frac{a\left(2r_0 + a\right)\Delta p}{2r_0 l}. \quad (11.25)$$

Значит,

$$T = \pi a\left(2r_0 + a\right)\Delta p. \quad (11.26)$$

Из уравнения динамического равновесия по внешней поверхности колонны труб имеем

$$\pi r_2^2 p_н + \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)\left(\gamma_т - \gamma\right)l - \pi r_0^2 p_н - T - F = 0. \quad (11.26‡)$$

Тогда (по 11.22), (11.26) и (11.26‡) получим:

$$F = \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)\left(\gamma_т - \gamma\right)l - \pi\left[\left(r_0 + a\right)^2 - r_2^2\right]\Delta p +$$

$$+0{,}3164\frac{\mu^{0{,}25}q^{1{,}75}l}{r_2^{2{,}75}}\left(\frac{\gamma}{8\pi q}\right)^{0{,}75}. \quad (11.27)$$

В соответствии с [10, 11, 14]

$$\Delta p = f\left(r_a, a^*\right)\frac{\mu^{\frac{1}{7}}q^{\frac{7}{4}}}{g^{\frac{3}{4}}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{\frac{19}{4}}\gamma^{\frac{3}{4}}l, \quad (11.28)$$

$$f\left(r_a, a^*\right) = 5{,}998377\cdot 10^{-5}\left\{a^{*\frac{12}{7}}\left(\frac{2r_a + a^*}{r_a}\right)^{\frac{4}{7}}\left(\frac{r_a}{8} + \frac{a^*}{15}\right) +\right.$$

$$\left.+\left[1 - \left(r_a + a^*\right)^2\right]^{\frac{4}{7}}\left(1 - r_a - a^*\right)^{\frac{8}{7}}\left(\frac{1}{8} - \frac{1 - r_a - a^*}{15}\right)\right\}^{-\frac{7}{4}}, \quad (11.29)$$

где $a^* = a/r_1$ (a — расстояние от стенки трубы до поверхности в кольцевом пространстве, на которой касательное напряжение равно нулю).

Значение a^* определяется из уравнения

$$\frac{a^*\left(2r_a + a^*\right)}{r_a\left[1-\left(r_a + a^*\right)^2\right]} = \left(\frac{1 - r_a - a^*}{a^*}\right)^{\frac{1}{4}}. \qquad (11.30)$$

Таким образом, по формулам (11.27) и (11.28)

$$F = \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)\left(\gamma_т - \gamma\right)l - \frac{\mu^{\frac{1}{7}} q^{\frac{7}{4}}}{g^{\frac{3}{4}}}\gamma^{\frac{3}{4}} l\left\{f\left(r_a, a^*\right)\frac{\pi}{r_1^{\frac{19}{4}}}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\left(r_0 + a\right)^2 - r_2^2\right] - \frac{0,3164}{\left(8\pi\right)^{0,75} r_2^{2,75}}\right\}. \qquad (11.31)$$

Теперь найдем вес колонны на крюке при структурном режиме течения в кольцевом пространстве и колонне труб.

Составим уравнение динамического равновесия сил, проведя мысленно цилиндрическую поверхность во внутреннем градиентном слое:

$$2\pi r l\left(\eta\frac{du_1}{dr} + r_0\right) - \pi\left(r^2 - r_0^2\right)\gamma l - \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)\gamma_т l - \pi r_2^2 l\gamma + F - \pi r_2^2 p_н + \pi r^2 p_2 = 0,$$

где u_1 — скорость в любой точке внутреннего градиентного слоя.

Дифференциальное уравнение решается при соблюдении следующего граничного условия: скорость жидкости на поверхности трубы равна нулю, т.е. при $r = r_0$ $u_1 = 0$.

Тогда получим

$$u_1 = -\frac{\Delta p}{4\eta l}\left(r^2 - r_0^2\right) - \frac{F - \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)l\left(\gamma_т - \gamma\right) - \pi r_2^2 p_н}{2\pi\eta l}\ln\frac{r}{r_0} - \frac{\tau_0}{\eta}\left(r - r_0\right). \qquad (11.32)$$

На поверхности ядра скорость жидкости во внутреннем градиентном слое становится равной скорости самого ядра, т.е. при $r = \rho_1$ $u_1 = u_0$.

Следовательно,

$$u_0 = \frac{\Delta p}{4\eta l}\left(\rho_1^2 - r_0^2\right) - \frac{F - \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)l\left(\gamma_т - \gamma\right) - \pi r_2^2 p_н}{2\pi\eta l}\ln\frac{\rho_1}{r_0} - \frac{\tau_0}{\eta}\left(\rho_1 - r_0\right). \qquad (11.33)$$

Составим уравнение динамического равновесия, проведя цилиндрическую поверхность по внешнему градиентному слою:

$$-2\pi r l\left(-\eta\frac{du_2}{dr}+\tau_0\right)-\pi\left(r^2-r_2^2\right)\gamma l-\pi\left(r_0^2-r_2^2\right)\gamma_т l-\pi r_2^2\gamma l+$$

$$+\pi r^2 p_2+F-\pi r_2^2 p_н=0. \quad (11.34)$$

Уравнение (11.34) решается при условии, что скорость жидкости во внешнем градиентном слое на поверхности внешнего цилиндра (скважины) становится равной нулю, т.е. при $r = r_1$ $u_2 = 0$.

В результате решения получаем

$$u_2=\frac{\Delta p\left(r_1^2-r^2\right)}{4\eta l}+\frac{F-\pi\left(r_0^2-r_2^2\right)l\left(\gamma_т-\gamma\right)-\pi r_2^2 p_н}{2\pi\eta l}\ln\frac{r_1}{r}-\frac{\tau_0}{\eta}\left(r_1-r\right). \quad (11.35)$$

На поверхности ядра скорость жидкости во внешнем градиентном слое переходит в скорость самого ядра, т.е. при $r = \rho_2$ $u_2 = u_0$.

Значит, по (11.33)

$$u_0=\frac{\Delta p}{4\eta l}\left(r_1^2-\rho_2^2\right)+\frac{F-\pi\left(r_0^2-r_2^2\right)l\left(\gamma_т-\gamma\right)-\pi r_2^2 p_н}{2\pi\eta l}\ln\frac{r_1}{\rho_2}-\frac{\tau_0}{\eta}\left(r_1-\rho_2\right). \quad (11.36)$$

Составим уравнение динамического равновесия, проведя цилиндрическую поверхность по внутренней границе ядра потока:

$$2\pi\rho_1 l\tau_0-\pi\left(\rho_1^2-r_0^2\right)\gamma l-\pi\left(r_0^2-r_2^2\right)\gamma_т l-\pi r_2^2\gamma l+$$

$$+\pi\rho_1^2 p_2+F-\pi r_2^2 p_н=0. \quad (11.37)$$

Аналогичное уравнение составим, проведя цилиндрическую поверхность по внешней границе ядра:

$$-2\pi\rho_2 l\tau_0-\pi\left(\rho_2^2-r_0^2\right)\gamma l-\pi\left(r_0^2-r_2^2\right)l\gamma_т-\pi r_2^2\gamma l+$$

$$+\pi\rho_2^2 p_2+F-\pi r_2^2 p_н=0. \quad (11.38)$$

По уравнениям (11.37) и (11.38) получим:

$$p_2-\gamma l=\frac{2l\tau_0}{r_1\left(\rho_b-\rho_a\right)}; \quad (11.39)$$

$$F - \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)l\left(\gamma_т - \gamma\right) - \pi r_2^2 p_н = -\frac{2\pi l \rho_1 \rho_2 \tau_0}{\rho_2 - \rho_1}. \qquad (11.40)$$

По выражениям (11.39) и (11.40) можно записать:

$$F = \pi r_2^2 p_н + \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)l\left(\gamma_т - \gamma\right) - \pi r_1^2 \rho_a \rho_{,} \Delta p. \qquad (11.41)$$

Так как значения u_0, найденные по формулам (11.33) и (11.36), равны между собой, то получим следующее уравнение, устанавливающее связь между радиусами ядра:

$$\rho_a \rho_{,} \ln\frac{\rho_a}{r_a \rho_{,}} = \frac{1}{2}\left(\rho_{,}^2 - \rho_a^2 + 1 - r_a^2\right) - \left(1 + r_a\right)\left(\rho_{,} - \rho_a\right), \qquad (11.42)$$

где $\rho_a = \rho_1 / r_1$, $\rho_{,} = \rho_2 / r_1$.

Расход жидкости

$$q = 2\pi\int_{r_0}^{\rho_1} r u_1 dr + \pi\left(\rho_2^2 - \rho_1^2\right)u_0 + 2\pi\int_{\rho_2}^{r_1} r u_2 dr. \qquad (11.43)$$

По выражениям (11.32), (11.33), (11.35), (11.40) и (11.43) получим следующее соотношение для определения расхода жидкости в кольцевом пространстве:

$$q = \frac{\pi r_1^4 \Delta p}{8\eta l}\left[\frac{1}{3}\left(\rho_{,}^4 - \rho_a^4\right) + 1 - r_a^4 + \frac{2}{3}\rho_a \rho_{,}\left(\rho_{,}^2 - \rho_a^2\right) - 2\rho_a \rho_{,}\left(1 - r_a^2\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{4}{3}\left(\rho_{,} - \rho_a\right)\left(1 + r_a^3\right)\right]. \qquad (11.44)$$

Согласно упрощенной формуле Букингама давление нагнетания $p_н$ при структурном режиме течения в кольцевом пространстве можно найти так:

$$p_н = \Delta p + \frac{8 l \eta q}{\pi r_2^4} + \frac{8 \tau_0 l}{3 r_2}. \qquad (11.45)$$

Значит, по формулам (11.41) и (11.45) вес колонны составит

$$F = \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)l\left(\gamma_т - \gamma\right) + \frac{8\eta l q}{r_2^2} + \frac{8}{3}\pi r_2 \tau_0 l - \pi r_1^2 \Delta p\left(\rho_a \rho_{,} - r_c^2\right), \qquad (11.46)$$

где $r_c = r_2/r_1$.

Значит, в точной постановке задача решается так: при заданных значениях τ_0, l, Δp, r_1 и r_a по выражениям (11.39) и (11.42) находим $\rho_‡$ и $\rho_{,}$, подставив которые в (11.46) определяем F; соответствующий расход жидкости вычисляем по формуле (11.44).

Однако такой путь связан с проведением большого объема вычислительных операций.

Для приближенного решения задачи Δp будем определять по формуле (8.57), а радиусы ядра как

$$\rho_a = \sqrt{\frac{1 - r_a^2}{2\ln\frac{1}{r_a}}} - \frac{\tau_0 l}{r_1 \Delta p}; \tag{11.47}$$

$$\rho_b = \sqrt{\frac{1 - r_a^2}{2\ln\frac{1}{r_a}}} + \frac{\tau_0 l}{r_1 \Delta p}. \tag{11.48}$$

По (11.46) — (11.48) можно записать:

$$F = \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)l\left(\gamma_т - \gamma\right) + \frac{8\eta l q}{r_2^2} + \frac{8}{3}\pi r_2 l \tau_0 - \pi r_1^2 \Delta p \times$$

$$\times\left[\frac{1 - r_a^2}{2\ln\frac{1}{r_a}} - \left(\frac{\tau_0 l}{r_1 \Delta p}\right)^2 - r_0^2\right]. \tag{11.49}$$

По формулам (8.57) и (11.49) найдем F при следующих исходных данных: $r_1 = 0{,}0295$ м, $r_2 = 0{,}018$ м, $r_0 = 0{,}027$ м, $l = 1000$ м, $\eta = 10 \cdot 10^{-3}$ Па · с, $\tau_0 = 3$ Па, $\gamma = 1{,}2 \cdot 10^4$ Н/м^3, $\gamma = 7{,}85 \cdot 10^4$ Н/м^3. Так как в данном случае $r_a = r_0/r_1 = 0{,}915$, то согласно табл. 10.1 имеем $\psi\ (r_a) = -0{,}1014$, $\phi(r_a) = 0{,}0101$, $\varphi(r_a) = 0{,}0098$.

Тогда по формулам (8.57) и (11.47)

$$\Delta p = 207{,}54 \cdot 10^5\Big[0{,}1014 + 1038{,}73q +$$

$$+ \sqrt{\left(0{,}1014 + 1038{,}73q\right)^2 - 0{,}0101}\Big]. \tag{11.50}$$

$$F = 85063{,}329 + 246913{,}58q - 0{,}00273397\Delta p \times$$

$$\times\left[0{,}544143 - \left(\frac{101694{,}9}{\Delta p}\right)^2\right]. \tag{11.51}$$

В табл. 11.7 приведены результаты расчетов по выражениям (11.50) и (11.51).

Таблица 11.7

q, л/мин	F, Н	ΔF, Н	q, л/мин	F, Н	ΔF, Н
2	78042,4	7020,9	11	67639,0	17424,3
3	76765,8	8297,5	12	66542,1	18521,2
4	75552,7	9510,6	13	65445,2	19618,1
5	74376,5	10686,8	14	64356,8	20706,5
6	73223,8	1186,42	15	63268,8	21794,5
7	72987,8	12975,5	16	62183,3	22880,0
8	70963,8	14099,5	17	61101,4	23962,0
9	69848,9	15214,4	18	59451,2	25612,1
10	68741,6	16321,7	19	58933,6	26129,7

В табл. 11.7

$$\Delta F = \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)\left(\gamma_т - \gamma\right)l - F,$$

т.е. разность между весом колонны в находящейся в покое и движущейся жидкости.

Значения F и ΔF формируются за счет гидродинамических сил, вызванных прохождением промывочной жидкости через кольцевое пространство.

Очевидно, что на поверхности колонны бурильных труб может образоваться пленка толщиной 1—1,5 мм, обусловленная либо нанесением смазки, либо налипанием выбуренной породы, глинистого раствора. В этом случае значения F и ΔF могут существенно измениться.

Если обозначить толщину налипшего слоя через Δ, то согласно (11.49)

$$F = \pi\left(r_0^2 - r_2^2\right)l\left(\gamma_т - \gamma\right) + \frac{8\eta lq}{r_2^2} + \frac{8}{3}\pi r_2 l\tau_0 - \pi r_1^2\Delta p \times$$

$$\times\left[\frac{1-r_{a1}^2}{2\ln\frac{1}{r_{a1}}} - \left(\frac{\tau_0 l}{r_1\Delta p}\right)^2 - r_2^2\right], \qquad (11.52)$$

где $r_{a1} = (r_0 + \Delta)/r_1$.

Значение Δp определяется по (8.57) при условии, что $r_a = r_{a1}$. Проведем расчеты по определению F и ΔF при принятых ранее исходных данных и $\Delta = 0{,}001$ м, т.е. $r_{a1} = \frac{0{,}027 + 0{,}001}{0{,}0295} = 0{,}94315$. Тогда $\rho^* = 0{,}974464$, $\psi(r_a) = -0{,}036946$, $\phi(r_a) = 0{,}0013384$, $\varphi(r_a) = 0{,}00214916$.

Согласно (8.57) и (11.50) можно записать:

Таблица 11.8

q, л/мин	F, Н	ΔF, Н	q, л/мин	F, Н	ΔF, Н
2	62147,5	22915,8	7	29455,2	55608,1
3	55451,1	29612,2	8	23025,0	62038,3
4	48878,7	36184,6	9	16608,9	68454,4
5	42373,1	42690,3	10	10145,7	74917,6
6	35902,5	49160,8	11	3756,3	81307,1

$$\Delta p = 997,0673 \cdot 10^5 \Big[0,0369461 + 1214,7716q +$$

$$+ \sqrt{\left(0,0369461 + 1214,7716q\right)^2 - 0,0013389} \Big]. \qquad (11.53)$$

$$F = 85063,329 + 246913,58q - 0,00273397\Delta p \times$$

$$\times \left[0,577274 - \left(\frac{101694,9}{\Delta p} \right)^2 \right]. \qquad (11.54)$$

В табл. 11.8 приведены результаты расчетов по формулам (11.53) и (11.54).

В дополнение к данным, приведенным в табл. 11.8, укажем, что при $q = 13$ л/мин имеем $F = -2601,83$ Н, т.е. вес на крюке равен нулю и трубы движутся вверх. Из графика зависимости $F = f/(q)$, построенного по всем этим данным, следует, что при $q = 11,5$ л/мин $F = 0$.

Таким образом, если принять в (8.57) и (11.52) $F = 0$ и $r_a = r_{a_1}$, то можно найти условия (q, Δ), при которых колонна труб будет полностью взвешена.

Аналогично по формулам (11.19) или (11.23) и (11.27) в зависимости от режимов течения в трубе и кольцевом пространстве можно найти максимально возможный расход q и толщину допустимого слоя Δ, при которых вес колонны труб на крюке становится равным нулю в случае, когда промывка скважины осуществляется водой.

11.3. ПОТЕРИ ДАВЛЕНИЯ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ВРАЩЕНИЕМ КОЛОННЫ БУРИЛЬНЫХ ТРУБ

Пусть кольцевое пространство, образованное двумя концентрично расположенными цилиндрами, заполнено вязкой жидкостью. Внутренний цилиндр вращается с постоянной угловой скоростью ω. Требуется определить давление в любой точке поперечного сечения кольцевого пространства.

Рассмотрим задачу в цилиндрической системе координат z, r, φ. Очевидно, что траекториями движения частиц жидкости являются концентричные окружности; составляющие скорости по осям r и z отсутствуют, а существует лишь $u_\varphi = u$, зависящая от r. Если r_0 и r_1 — радиусы колонны бурильных труб и скважины, то $r_0 \le r \le r_1$.

Согласно уравнению неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0. \tag{11.55}$$

Давление во всех точках данной окружности, составляющей траекторию движения, будет одинаковым, так как на преодоление сил сопротивления затрачивается не потенциальная энергия жидкости, а механическая, приводящая цилиндр во вращение. Поэтому в плоскости $r\varphi$ давление изменяется только по радиусу, т.е. $p = f(r)$ и $\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0$. Тогда в соответствии с системой дифференциальных уравнений Навье — Стокса

$$\frac{u^2}{r} = \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}; \tag{11.56}$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0. \tag{11.57}$$

Выражение (11.57) представляет собой дифференциальное уравнение типа Эйлера, и его частные решения следует искать в форме

$$u = r^k. \tag{11.58}$$

Из уравнений (11.57) и (11.58) получим

$$k(k-1)r^{k-2} + kr^{k-2} - r^{k-2} = 0.$$

Отсюда

$$k(k-1) + k - 1 = 0.$$

Следовательно, имеем два значения k: $k = 1$, $k = -1$ и соответственно частные решения $u_1 = r$ и $u_2 = \frac{1}{r}$.

Таким образом, общее решение уравнения (11.57) можно записать в следующем виде:

$$u = Ar + \frac{B}{r}. \tag{11.59}$$

Произвольные постоянные A и B в уравнении (11.57) находим из граничных условий:

при $r = r_0$ $u = \omega r_0$;
при $r = r_1$ $u = 0$.

Тогда

$$A = -\frac{\omega r_1^2}{r_1^2 - r_0^2}; \tag{11.60}$$

$$B = \frac{\omega r_1^2 r_0^2}{r_1^2 - r_0^2}. \tag{11.61}$$

Из выражений (11.59) — (11.61) получим

$$u = \omega r_0^2 \frac{r_1^2 - r^2}{r\left(r_1^2 - r_0^2\right)}. \tag{11.62}$$

Таким образом, решая уравнение (11.56) с помощью выражения (11.62), получим

$$p = \frac{\rho\omega^2 r_0^4}{\left(r_1^2 - r_0^2\right)^2}\left(\frac{r^2}{2} - \frac{2r_1^4}{r^2} - 2r_1^2 \ln r\right) + C. \tag{11.63}$$

При $r = r_0$ $p = \gamma h$. Тогда

$$p = p_1 + \gamma h, \tag{11.64}$$

где

$$p_1 = \frac{\rho\omega^2 r_0^4}{\left(r_1^2 - r_0^2\right)^2}\left[2\left(\frac{r_1^4}{r_0^2} - \frac{r_1^4}{r^2}\right) + 2r_1^2 \ln\frac{r_0}{r} + \frac{r^2 - r_0^2}{2}\right]. \tag{11.65}$$

Очевидно, что при $r = r_1$ величина p достигнет наибольшего значения. Тогда

$$p_1 = \frac{\rho\omega^2 r_0^4}{\left(r_1^2 - r_0^2\right)^2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{r_1^4}{r_0^4} - r_1^2\right) + 2r_1^2 \ln\frac{r_0}{r_1} + \frac{r_1^2 - r_0^2}{2}\right]. \tag{11.66}$$

В табл. 11.9 приведены результаты расчетов по формуле (11.66), выполненных при $r_0 = 0{,}027$ м, $r_1 = 0{,}0295$ м и различных n.

В табл. 11.10 приведены результаты замеров давления на насосе $p_н$ при различных расходах жидкости и частоте вращения колонны бурильных труб. Эксперименты проводились в скважине диаметром 0,059 м, в которую были спущены трубы диаметром 0,054 м при длине 100 м.

Из сопоставления данных табл. 11.9 и 11.10 видно, что доля p_1 в формировании $p_н$, полученная по замерам, намного выше соответствующей величины, рассчитываемой согласно формуле (11.66). Это обстоятельство объясняется тем, что при вращении колонны с одновременной закачкой необходимо складывать потери давления при осевом движении с p_1, возникающем в случае ламинарного или турбулентного вращения с неизвестным эксцентриситетом.

Таблица 11.9

n, об/мин	p_1, Па	n, об/мин	p_1, Па
100	1900	240	10947
120	2737	250	11878
140	3725	260	12847
150	4276	280	14900
160	4865	300	17104
180	6158	320	19461
200	7602	340	21970
220	9184	350	23280

Таблица 11.10

q, 10^{-4} м³/с	$p_н$, 10^2 Па				
	$n = 0$	$n = 150$ об/мин	$n = 200$ об/мин	$n = 250$ об/мин	$n = 300$ об/мин
1,333	400	847/875	1055/1145	140/1370	1705
1,500	457	905/980	1230/1240	–/1612	–
1,750	517	985/1140	1330/1465	1740/1855	2135
1,933	590	1145/1320	1635/1630	–/2060	–
2,333	667	1405/1440	1835/1855	2210/2315	2770
3,750	1412	2540/2740	3360/3490	4025/4200	4850
4,583	2092	3475/3630	4250/4225	5250/5235	6200
6,000	3545	4250/5720	5960/6440	7350/7275	8500
7,500	5557	6250/6050	7290/8620	9950/9550	11350
9,333	7835	8600/8270	1011/11310	12800/11850	1400
10,667	11450	114500/11075	12350/12300	14800/13900	13600
12,500	14750	147500/–	15300/14700	17100/16850	18600

Примечание. В числителе и знаменателе дроби указаны результаты экспериментов, проведенных в разное время.

По всей видимости такого рода задачи целесообразно решать методом размерностей.

Физическое уравнение в данном случае можно записать так:

$$p_{н} = f(v_{к.п.}, d_{н}, D - d_{н}, \rho, \mu, l, n), \tag{11.67}$$

где $v_{к.п.}$ — средняя скорость течения жидкости в кольцевом пространстве.

При принятом числе оборотов n труб диаметром $d_{н}$ = = 0,054 м и диаметре скважины D = 0,059 м уравнение (11.67) можно переписать в следующем виде:

$$p_{н} = f(v_{к.п.}, D - d_{н}, \rho, \mu, l). \tag{11.68}$$

В качестве величин, имеющих независимые размерности, выберем $v_{к.п.}, D-d_{н}, \rho$.

Тогда в соответствии с π-теоремой

$$\frac{p_{н}}{v^{x}\left(D-d_{н}\right)^{y}\rho^{z}} = \phi\left[\frac{\mu}{v^{x_1}\left(D-d_{н}\right)^{y_1}\rho^{z_1}}, \frac{l}{v^{x_2}\left(D-d_{н}\right)^{y_2}\rho^{z_2}}\right]. \tag{11.69}$$

Соблюдая принцип равенства размерностей числителя и знаменателя в каждом комплексе уравнения (11.69), а также имея в виду, что сопротивление в кольцевом пространстве (что по сути и определяет значение $p_{н}$) прямо пропорционально $l/(D - d_{н})$, получим

$$\Pi = \varphi(\mathrm{Re}_{к.п.}), \tag{11.70}$$

где

$$\Pi = \frac{\pi^2\left(D^2 - d_{н}^2\right)^2 p_{н} g\left(D - d_{н}\right)}{16\gamma l q^2}; \tag{11.71}$$

$$\mathrm{Re}_{к.п.} = \frac{16q}{\pi\left(D + d_{н}\right)\nu}.$$

По данным табл. 11.10 были найдены значения П при соответствующих $p_{н}$ и q. Результаты расчетов сведены в табл. 11.11. Значения П вычислены как среднеарифметические из соответствующих $p_{н}$, приведенных в табл. 11.10. По замеренным значениям П были построены графики зависимости П = = f_1(Re) при различных n, на основании которых сделан

Таблица 11.11

q, 10^{-4} м³/с	Re	n = 150 об/мин		n = 200 об/мин	
		$П \cdot 10^4$ по формуле (11.74)	$П \cdot 10^4$ по замерам	$П \cdot 10^4$ по формуле (11.74)	$П \cdot 10^4$ по замерам
1,333	1502	416	442	547	587
1,500	1690	380	385	500	539
1,750	1972	338	320	444	437
1,933	2161	315	318	414	388
2,333	3286	287	291	377	377
2,933	3286	229	227	300	297
3,750	4225	189	176	248	233
4,583	5164	162	145	212	203
6,000	6760	132	115	173	161
7,500	8638	109	103	144	128
9,333	10516	94	96	123	115
10,667	12018	85	92	111	107
12,500	14084	75	91	99	96
1,333	1502	678	—	810	—
1,500	1690	620	—	740	—
1,750	1972	551	566	658	690
1,933	2161	514	—	613	—
2,333	2441	468	465	557	630
2,933	3286	373	355	445	435
3,750	3225	308	285	367	335
4,583	5164	264	245	315	285
6,000	6760	214	195	256	230
7,500	8638	178	170	212	185
9,333	10516	153	135	183	165
10,667	12018	138	120	165	—
12,500	14084	122	110	146	—

вывод, что эти кривые целесообразно аппроксимировать по формуле

$$П = B(n)/\mathrm{Re}^{c}. \qquad (11.72)$$

В выражении (11.72) $c = 0{,}765$ и не зависит от n. При каждом n были найдены значения $B(n)$ и построен график зависимости $B(n) = f(n)$, которую можно представить в виде прямой

$$B(n) = 0{,}6 + 0{,}07007n, \qquad (11.73)$$

где n — число оборотов в минуту.

Таким образом, формула (11.69) принимает вид

$$П = (0{,}6 + 0{,}0707n)\mathrm{Re}^{0{,}765} \qquad (11.74)$$

или

Таблица 11.12

q, 10^4 м^3/с	Re	n = 100 об/мин		n = 200 об/мин		n = 500 об/мин		n = 700 об/мин	
		П·10^4	Δ, %	П·10^4	Δ, %	П·10^4	Δ, %	П·10^4	Δ, %
1,500	1690	277	15,2	372	0,0	648	4,7	779	3,0
1,750	1972	270	7,6	356	9,8	594	2,5	706	0,8
1,933	2161	266	0,0	348	11,0	565	0,0	667	0,0
2,333	2441	233	11,9	336	4,9	528	3,5	617	1,5
2,933	3286	216	15,0	264	17,2	447	11,0	511	7,5
6,000	6760	212	4,1	254	9,1	299	1,4	324	4,2
7,500	8638	219	3,4	238	1,3	261	1,2	277	2,0
9,333	10516	205	0,0	225	4,0	234	0,6	245	0,0
10,667	12018	212	5,6	217	0,0	217	4,9	225	2,1
12,500	14084	197	0,5	208	3,6	199	3,6	204	2,6

$$p_{\text{н}}=\frac{5{,}5404\gamma l q^{1{,}235}\nu^{0{,}765}}{n^{1{,}235}\left(D-d_{\text{н}}\right)^{3}\left(D+d_{\text{н}}\right)^{1{,}235}g}\left(0{,}6+0{,}0707n\right). \qquad (11.75)$$

По формуле (11.74) были найдены значения П при различных n и q. Результаты сведены в табл. 11.11, из которой следует, что погрешность Δ при вычислении по формуле (11.74), а следовательно, и (11.75) не превышает 15 %.

Аналогичные исследования были проведены при бурении скважины буровыми снарядами, внешняя поверхность которого покрыта смазкой КАВС. В табл. 11.12 приведены значения П, полученные по фактическому давлению на насос на стендовой скважине при различных q и n. В соответствии с данными табл. 11.12 построен график зависимости П = f(Re, n), обработка которого позволила вывести следующую формулу:

$$\Pi=\frac{a}{\mathrm{Re}^{x}}. \qquad (11.76)$$

При $100 \le n \le 400$ об/мин

$$a = 0{,}11605 - 0{,}0680337\cdot 10^{-2}n + 0{,}0209002\cdot 10^{-4}n^{2} +$$

$$+ 0{,}028533\cdot 10^{-6}n^{3}; \qquad (11.77)$$

$$x = 0{,}0475 + 0{,}1155\cdot 10^{2}n. \qquad (11.78)$$

При $400 \le n \le 700$ об/мин

$$a = 2{,}25 \cdot 10^{-2}n - 7{,}25; \tag{11.79}$$

$$x = 0{,}367 + 0{,}338 \cdot 10^{-2}n. \tag{11.80}$$

Из табл. 11.12 следует, что при $100 \leq n \leq 700$ об/мин и $1700 \leq \mathrm{Re} \leq 14\,000$ расчеты для определения давления на насос в случае проводки скважины буровым снарядом, покрытым смазкой КАВС, можно выполнять по формуле (11.74) или

$$p_{\text{н}} = \frac{16\gamma l q^2}{\pi^2 g\left(D - d_{\text{н}}\right)\left(D^2 - d_{\text{н}}^2\right)^2}\frac{a}{\mathrm{Re}^x}. \tag{11.81}$$

Значения a и x определяются по формулам (11.77) — (11.81).

Î ãëàâëåíèå

Введение 3

1. Общие сведения о гидросмесях. Вопросы гидродинамики вязкопластичных суспензий 5

1.1. Установившееся движение вязкопластичной суспензии в трубе круглого поперечного сечения 9
1.2. Режимы течения суспензии (вязкопластичной жидкости) в трубе 15
1.3. Коэффициент гидравлического сопротивления при турбулентном режиме течения вязкопластичной суспензии 17

2. Движение твердой частицы в вязкой жидкости 20

2.1. Определение скорости свободного осаждения частицы шарообразной формы в неподвижной вязкой жидкости.................................. 20
2.2. Условия, необходимые для сдвига частицы, находящейся на горизонтальной плоскости 22
2.3. Определение скорости движения твердой частицы в вязкопластичной суспензии (глинистом растворе)... 25
2.4. Определение реологических свойств вязкопластичных суспензии.. 29

3. Движение гидросмесей в вертикальных трубах..................................... 38

4. Движение гидросмеси в горизонтальной трубе 53

5. Гидротранспорт с помощью эрлифта 64

5.1. Гидродинамика эрлифта с учетом растворимости воздуха (газа) в жидкости.. 82

6. Гидротранспорт гидросмесей с помощью вязкопластичных жидкостей 92

6.1. Определение режима течения вязкопластичной гидросмеси........... 92
6.2. Движение гидросмеси по вертикальным и горизонтальным трубам при структурном режиме течения... 93
6.3. Расчет эрлифта при движении вязкопластичной гидросмеси по вертикальной трубе 96

7. Движение гидросмеси по трубам, покрытым эмалью 102

8. Вопросы гидротранспорта при бурении скважины двойной бурильной колонной 106

8.1. Гидродинамические соотношения в случае, когда выбуренная попорода представлена в виде "шлама" 106
   8.1.1. Гидродинамические расчеты в случае бурения скважины двойной бурильной колонной с использованием аэрированных смесей. 110
8.2. Гидродинамические соотношения при бурении скважины глинистым раствором 117
   8.2.1. Установившееся движение глинистого раствора между двумя концентрично расположенными цилиндрами при структурном режиме 119
   8.2.2. Определение давления нагнетания у башмака колонны при различных сочетаниях режимов течения в кольцевом пространстве и внутренней полости центральной колонны 124

8.3. Вопросы гидродинамики при гидротранспорте керна 126
8.3.1. Гидродинамические расчеты, связанные с движением керна при турбулентном режиме течения жидкости в кольцевом пространстве 130
8.3.2. Определение основных технологических параметров при оптимальном значении радиального зазора между внешней и центральной колонами бурильных труб 140
8.3.3. Гидродинамические расчеты при структурном режиме течения глинистого раствора в пространстве между керном и внутренней поверхностью центральной колонны.. 151
8.3.4. Приближенное решение задачи по определению скорости движения керна и расхода жидкости при структурном режиме течения глинистого раствора в кольцевом пространстве 159
8.4. Гидродинамические расчеты при использовании в качестве рабочего агента воздуха 165

9. Вопросы гидродинамики съемного керноприемника 170

9.1. Определение скорости движения керноприемника в неподвижной жидкости при турбулентном режиме течения 170
9.2. Движение керноприемника при одновременной закачке промывочной жидкости во внутреннюю полость колонны бурильных труб при турбулентном режиме в кольцевом пространстве 180
9.3. Движение керноприемника под действием собственного веса при при ламинарном и структурном режимах течения жидкости в кольцевом пространстве.. 192
9.4. Гидродинамическое давление, возникающее в скважине в процессе подъема керноприемника при различных режимах течения жидкости 204
9.4.1. Гидродинамическое давление при ламинарном режиме течения жидкости в кольцевом пространстве, образованном керноприемником и колонной бурильных труб, а также во внутренней полости труб и затрубном пространстве.. 205
9.4.2. Определение гидродинамического давления на забое при подъеме керноприемника в случае турбулентного режима течения жидкости в кольцевом пространстве и ламинарном режиме в затрубном пространстве, а также во внутренней полости бурильных труб 211
9.4.3. Гидродинамическое давление при подъеме керноприемника в случае турбулентного режима течения жидкости в кольцевом и затрубном пространстве, а также во внутренней полости колонны труб 218
9.4.4. Гидродинамическое давление у нижнего торца керноприемника в случае изоляции затрубного пространства от внутренней полости бурильных труб 221
9.4.5. Гидродинамическое давление при подъеме керноприемника в случае структурного режима течения в кольцевом пространстве и изоляции затрубного пространства от внутренней полости бурильной колонны 224
9.4.6. Приближенный способ решения задач гидродинамики вязкопластичной жидкости. Упрощенная формула для определения давления на забое при подъеме керноприемника 232
9.4.7. Потери давления в пространстве между керноприемником и и колонковой трубой в процессе промывки.. 239

10. Гидравлическая программа при бурении скважины со съемным керноприемником и двойной бурильной колонной 252

10.1. Гидравлическая программа при бурении скважины со съемным керноприемником 252
10.2. Гидравлическая программа при бурении скважины двойной бурильной колонной 262

10.2.1. Гидравлическая программа в случае, когда разбуренная порода поступает во внутреннюю полость центральной колонны в виде “шлама” 262
10.2.2. Гидравлическая программа в случае, когда разбуренная порода поступает в центральную колонну в виде керна 274

11. Гидравлические расчеты при бурении скважин на твердые полезные ископаемые 276

11.1. Соотношения между потерями давления в звеньях циркуляционной системы 276
11.2. Определение веса колонны труб на крюке, а также максимального расхода жидкости, закачиваемой в скважину и исключающей гидравлический подпор 283
11.3. Потери давления, обусловленные вращением колонны бурильных труб 292

Список литературы 300

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Гукасов Николай Аванесович
Брюховецкий Олег Степанович
Чихоткин Виктор Федорович

ГИДРОДИНАМИКА В РАЗВЕДОЧНОМ БУРЕНИИ

Заведующий редакцией *Т.К. Рубинская*, редактор издательства *В.Н. Слесаренко*, художественный редактор *Н.П. Новикова*, технический редактор *Л.Н. Фомина*, корректоры *Е.И. Микрякова*, *Л.Н. Пантелеева*, операторы *Л.Е. Конькова*, *М.Г. Чеснокова*, компьютерная верстка *И.В. Севалкина*

Изд. лиц. № 071678 от 03.06.98. Подписано в печать с репродуцированного оригинал-макета 23.12.99. Формат 60×88 1/16. Гарнитура “Балтика”. Печать офсетная. Усл. печ. л. 18,62. Уч.-изд.л. 19,65. Тираж 530 экз. Заказ № /860. Набор выполнен на компьютерной технике в ОАО “Издательство “Недра”.

ООО “Недра-Бизнесцентр”
125047, Москва, пл. Тверская застава, 3

ППП “Типография “Наука” Академиздатцентр РАН
121099, Москва, Шубинский пер., 6

ÑÏÈÑÎÊ ËÈÒÅÐÀÒÓÐÛ

1. *Арманд А.А.* Сопротивление при движении двухфазной смеси по горизонтальным трубам // Известия ВТИ. — 1946. — № 1.

2. *Арманд А.А., Невструева Е.И.* Исследование механизма движения двухфазной смеси в вертикальной трубе // Известия ВТИ. — 1950. — № 2.

3. *Богомолов А.И., Михайлов К.А.* Гидравлика. — М: Стройиздат, 1972.

4. *Воларович М.П., Гуткин А.М.* Течение пластично-вязких жидкостей между двумя параллельными стенками и в кольцевом пространстве//ЖТФ. — 1949. — XVI.

5. *Гукасов Н.А., Пирвердян А.М.* Приближенная формула для определения давления на забой скважины // Нефтяное хозяйство. — 1956. — № 9.

6. *Гукасов Н.А.* К определению величины изменения давления на забой скважины при движении в ней колонны бурильных или обсадных труб / Нефтяное хозяйство. — 1957 . — № 11.

7. *Гукасов Н.А., Пирвердян А.М.* Применение степенных законов к решению некоторых задач гидравлики // Изв. АН Азерб. ССР. Сер. геолого-географ. наук. — 1962.—№ 3.

8. *Гукасов Н.А., Пирвердян А.М.* Теоретические исследования движения цилиндрических тел при турбулентном обтекании однородной жидкостью// Изв. АН СССР. Сер. Машиностроение. — 1962. — № 3.

9. *Гукасов Н.А.* Применение гидравлики вязких и вязкопластичных жидкостей к решению ряда вопросов бурения и эксплуатации нефтяных и газовых скважин: Дисс. д-ра техн. наук — М.: МИНХ и ГП им. И.М. Губкина, 1965.

10. *Гукасов Н.А.* Гидродинамика при креплении скважин. — М.: Недра, 1976.

11. *Гукасов Н.А.* Гидродинамические особенности промывки и крепления скважин. — М.: Недра, 1982.

12. *Гукасов Н.А.* Практическая гидравлика в бурении: Справочник. — М.: Недра, 1984.

13. *Гукасов Н.А., Кочнев А.М.* Гидравлика в разведочном бурении. — М.: Недра, 1991.

14. *Гукасов Н.А.* Механика жидкости и газа. — М.: Недра, 1996.

15. *Гукасов Н.А., Каледа И.А., Демидочкин В.В.* Гидрогазодинамика труб, покрытых эмалью. — Пенза: Изд. ПГАСА, 1999.

16. *Дмитриев Г.П., Махарадзе Л.И., Гочиташвили Т.Ш.* Напорные гидротранспортные системы — М.: Недра, 1996.

17. *Кутателадзе С.С., Стырикович М.А.* Гидравлика газожидкостных систем. — М.: Гостехиздат, 1947.

18. *Лейбензон Л.С.* Собрание трудов. — М.: Изд-во АН СССР, 1955. — Т. III.

19. *Маковей М.* Гидравлика бурения. —М.: Недра, 1986.

20. *Минц Д.М., Шуберт С.А.* Гидравлика зернистых материалов. — М.: Изд. Мин-ва коммун. хоз-ва РСФСР, 1955.

21. *Мирзаджанзаде А.Х.* Вопросы гидравлики вязкопластичных и вязких жидкостей в нефтедобыче.—Баку: Азернефтнешр, 1959.

22. *Пасынский А.Г.* Коллоидная химия.—М.: Высшая школа, 1959.

23. *Томских А.А.* Совершенство разработки Яковлевского месторождения КМА на основе гидротранспорта руды.: Дисс. канд. техн. наук. — М.: МГРИ, 1985.

24. *Юфин А.П.* Гидромеханизация. — М.: Стройиздат, 1974.

25. *Царевич К.А., Шищенко Р.И., Бакланов Б.Д.* Глинистые растворы в бурении. — Баку: Азнефтеиздат, 1935.

26. *Шищенко Р.И.* Гидравлика глинистых растворов. — Баку: Азнефтеиздат, 1951.

27. *Шищенко Р.И., Есьман Б.И.* Практическая гидравлика в бурении.—М.: Недра, 1996.

28. *Шиллер Л.* Движение жидкостей в трубах. — М.—Л.: ИЛ, 1936.